

การศึกษาการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นสำเร็จรูปชนิดกลวงเนื่องจากกิจกรรมการเดิน
และการเต้นแอโรบิคของมนุษย์

A study of vibration of Hollow core concrete plank due to human walking
and arobics class activity

นายจักรพันธ์ แดงมีทรัพย์

นายอนุกรานต์ เกิดเอี่ยม

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยบูรพา

ปีการศึกษา 2560

การศึกษาการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นสำเร็จรูปชนิดกลวงเนื่องจากกิจกรรมการเดิน
และการเต้นแอโรบิคของมนุษย์

A study of vibration of Hollow core concrete plank due to human walking
and arobics class activity

นายจักรพันธ์ แดงมีทรัพย์

นายอนุกรานต์ เกิดเอี่ยม

ปริญญานิพนธ์นี้เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยบูรพา

ปีการศึกษา 2560

A study of vibration of hollow core concrete plank due to human walking
and arobics class activity

Mr.Jakapun Dangmeesup

Mr.Anukran Koed-iam

An Engineering Project submitted in partial fulfillment of Requirements

For the degree of Bachelor of Engineering

Department of Civil Engineering

Burapha University 2017

หัวข้อโครงการ การศึกษาการสัมผัสเทือนของแผ่นพื้นสำเร็จรูปเนื่องจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์

โดย นาย จักรพันธ์ แดงมีทรัพย์

นาย อนุกรานต์ เกิดเอี่ยม

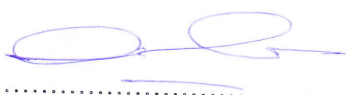
ภาควิชา วิศวกรรมโยธา

ปีการศึกษา 2560

อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.อมรชัย ไยงค์

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา อนุมัติโครงการทางวิศวกรรม
นี้ เป็นส่วนหนึ่งของการศึกษาตามหลักสูตรปริญญาวิศวกรรมศาสตรบัณฑิต


.....หัวหน้าภาควิชาวิศวกรรมโยธา
(ดร.ชาญยุทธ กาพกาญจน์)


.....อาจารย์ที่ปรึกษา
(ดร.อมรชัย ไยงค์)

คณะกรรมการสอบโครงการ


.....ประธานกรรมการ
(ดร.อมรชัย ไยงค์)


.....กรรมการ
(ผศ.ดร.ทวีชัย สำราญวานิช)


.....กรรมการ
(ดร.พัชรพงษ์ อาสนจินดา)

บทคัดย่อ

ในปัจจุบัน การออกแบบอาคารมีแนวโน้มให้อาคารมีระยะช่วงเสาเพิ่มมากขึ้น เพื่อให้พื้นที่ภายในอาคารดูโปร่งโล่งสอดคล้องต่อกิจกรรมการใช้งานของผู้ใช้อาคารที่มีความหลากหลาย เช่น เพื่อรองรับกิจกรรมการออกกำลังกาย หรือกิจกรรมการเข้าจังหวะได้แก่การเต้นแอโรบิค ดังนั้นระบบพื้นที่ถูกนำมาใช้เป็นลำดับต้นๆได้แก่ ระบบแผ่นพื้นสำเร็จที่มีช่วงพาดยาวหรือแผ่นพื้นสำเร็จรูปกลวง (Hollow core) ซึ่งมีระยะช่วงพาดระหว่าง 8 เมตร ถึง 13 เมตร แต่แม้กระนั้น ถึงแม้ว่าแผ่นพื้นสำเร็จรูปเหล่านี้จะถูกออกแบบให้รองรับน้ำหนักบรรทุกจากการใช้งานของมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย แต่ก็อาจเกิดผลกระทบจากการใช้งานของมนุษย์ในด้านอื่น เช่น การสั่นสะเทือนบนแผ่นพื้น ซึ่งอาจส่งผลต่อการรับรู้ของผู้ใช้งาน ก่อให้เกิดความไม่สบาย หรือรู้สึกถูกรบกวนในขณะที่ใช้งาน ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงได้ทำการศึกษาถึง ผลตอบสนองของแผ่นพื้นสำเร็จรูปแบบมีรูกลวง ได้แก่ ค่าแรงเฉือน ค่าโมเมนต์ดัด ค่าการแอ่นตัวของแผ่นพื้น รวมถึงค่าความเร่งที่เกิดขึ้นบนแผ่นพื้นภายใต้กิจกรรมการเดินและการเต้นแอโรบิคของมนุษย์ซึ่งจัดเป็นแรงกระทำแบบพลศาสตร์ ที่มีช่วงพาดระหว่าง 8 ถึง 13 เมตร ซึ่งทำการวิเคราะห์ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินความปลอดภัยต่อการใช้งานของแผ่นพื้นเมื่ออยู่ในสภาวะที่ต้องรับแรงกระทำจากการเดินและการเต้นแอโรบิค รวมถึงประเมินสภาวะการใช้งานโดยพิจารณาจากการแอ่นตัวของแผ่นพื้นและประเมินการรับรู้ถึงการสั่นสะเทือนในรูปของความเร่งเฉลี่ย (a_{rms}) ที่วิเคราะห์ได้กับข้อมูลความเร่งสูงสุดเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์ในขณะที่เกิดการสั่นสะเทือนซึ่งแนะนำโดย American institute of steel construction (AISC 1977) จากผลการศึกษาพบว่า ในด้านความปลอดภัยต่อการใช้งาน แผ่นพื้นทุกช่วงความยาวสามารถต้านทานแรงพลศาสตร์ที่เกิดจากกิจกรรมการเดินและการเต้นแอโรบิคได้อย่างปลอดภัยโดยค่าแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดสูงสุดที่เกิดขึ้นในแผ่นพื้นไม่เกินกว่ากำลังต้านทานแรงเฉือนและโมเมนต์ดัดของหน้าตัดแผ่นพื้น ในขณะที่ด้านสภาวะการใช้งาน พบว่า แผ่นพื้นที่มีความยาวช่วง 8, 10 และ 12 เมตร เกิดการแอ่นตัวสูงกว่าเกณฑ์การแอ่นตัวที่ยอมรับได้ ($L/360$) และในด้านการรับรู้ถึงการสั่นสะเทือนพบว่า แผ่นพื้นช่วงยาว 8, 10 และ 12 เมตรจะเกิดการสั่นสะเทือนที่ส่งผลให้ผู้พักอาศัยในอาคารหรือในสำนักงานเกิดการรับรู้ถึงแรงสั่นสะเทือนในขณะที่เมื่อพิจารณาผลกระทบที่เกิดจากกิจกรรมการเต้นแอโรบิคพบว่า แผ่นพื้นช่วงยาว 12 เมตร จะส่งผลให้ผู้ที่กำลังทำกิจกรรมแอโรบิคอยู่รับรู้ถึงการสั่นสะเทือนได้ ซึ่งผลจากการรับรู้ถึงการสั่นสะเทือนจากผู้ใช้งานอาคารอาจก่อให้เกิดความรู้สึกไม่สบายตัว และรู้สึกถึงความไม่ปลอดภัยในการใช้งาน

Abstract

At present, the trends of building's design is to make its more distance between columns and become a more multipurpose buildings to make the area clear consistent with various activities such as exercise activities or rhythmic activities. Therefore, the floor system widely used for responsibility to long span support is the hollow core concrete plank which have clear span 8 meter to 13 meters. Although these hollow core concrete plank are designed for supporting load from humans living, the impact of human activities on other aspects may also be affected such as vibration of the floor which may affect the user's perception. It will result in discomfort or be disturbed. In this research, the responses of hollow core concrete plank with its span length 8 meters to 13 meters including shear force, bending moment, deflection and its acceleration due to human walking and aerobics class activities. A Newton's Second Law of Motion is adopted to analysis the response of hollow core concrete plank. The objective is to assess the safety of hollow core slab during excited by human walking and aerobics class activity. The serviceability of slab is evaluated by considering from deflection and the human perception is evaluated in term of average acceleration (a_{rms}) which compared with human comfort while vibration recommended by American institute of steel construction (AISC 1977). The results shown all span length of hollow core slab can resist the dynamic forces due to human walking and aerobics class activities safely. Maximum shear and bending moment do not exceed the shear and bending resistance of hollow core slab. In part of operating conditions. Slab with span length at 8, 10 and 12 meter provide exceed the maximum allowable deflection ($L/360$) and the level of disturbance which the human perceive from the vibration are occurred in hollow core slab with span length 8, 10 and 12 meters. Using hollow core slab with span length 12 meters for supporting aerobic activity can affect the perception of the vibration of those who are dancing.

กิตติกรรมประกาศ

ปริญญานิพนธ์ฉบับนี้สำเร็จลุล่วงไปด้วยดี อาศัยความกรุณาและความช่วยเหลืออย่างยิ่งจากอาจารย์ ดร.อมรชัย ไชยงค์ อาจารย์ที่ปรึกษาปริญญานิพนธ์ผู้ที่คอยให้คำปรึกษาทั้งด้านวิชาการ และด้านการดำเนินงานเป็นอย่างดีเสมอมา ขอขอบพระคุณ อาจารย์ ดร.ทวีชัย สำนามานิช และอาจารย์ ดร.พัชรพงษ์ อาสนจินดา ที่เสียสละเวลาอันมีค่ามาเป็นกรรมการสอบปริญญานิพนธ์

ขอขอบพระคุณอาจารย์ทุกท่านที่ได้อบรมสั่งสอนและให้ความรู้ทางด้านวิชาการอันเป็นประโยชน์ ซึ่งสามารถนำมาใช้ในการแก้ไขปัญหาที่เกิดขึ้นได้เป็นอย่างดี

ขอขอบพระคุณเพื่อนๆ และรุ่นพี่ในภาควิชาวิศวกรรมโยธาทุกคน รวมถึงผู้ที่เกี่ยวข้องในคณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ที่คอยเป็นกำลังใจให้คำปรึกษา และให้ความช่วยเหลือตลอดมา

ขอขอบพระคุณบริษัทผลิตภัณฑ์ และวัตถุก่อสร้าง จำกัด ในเครือ SCG (CPAC) ที่คอยให้คำปรึกษาและให้ข้อมูลเกี่ยวกับผลิตภัณฑ์แผ่นพื้นสำเร็จรูปชนิดกลวง (HOLLEW CORE) เป็นอย่างดีเสมอมา

ท้ายสุด คุณประโยชน์ที่เกิดจากปริญญานิพนธ์ฉบับนี้ คณะผู้จัดทำขอมอบให้กับบิดาและมารดาซึ่งเป็นที่รักและเคารพยิ่ง ตลอดจนครูอาจารย์ที่เคารพทุกท่านที่ได้ประสิทธิ์ประสาทวิชาความรู้และถ่ายทอดประสบการณ์ที่ดีให้แก่ผู้วิจัยตลอดมา เพื่อตอบแทนพระคุณที่ได้ช่วยให้คณะผู้จัดทำประสบความสำเร็จในการศึกษา ประโยชน์อันใดที่เกิดจากการทำปริญญานิพนธ์นี้ ล้วนเป็นผลมาจากความกรุณาของทุกท่าน ทางคณะผู้จัดทำรู้สึกซาบซึ้งเป็นอย่างยิ่ง จึงใคร่ขอขอบพระคุณอย่างสูงไว้ ณ โอกาสนี้

นาย จักรพันธ์ แดงมีทรัพย์

นาย อนุกรานต์ เกิดเอี่ยม

สารบัญ

เรื่อง	หน้า
บทที่ 1	1
บทนำ 1	
1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา	1
1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย	2
1.3 ขอบเขตของการวิจัย	2
1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย	3
บทที่ 2	4
ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง	4
2.1 บทนำ	4
2.1.1 ประวัติความเป็นมา	4
2.1.2 หลักการสันตะเทือนของพื้น	5
2.2 เกณฑ์การยอมรับได้ของการสันตะเทือน	7
2.2.1 เกณฑ์การตอบสนองของมนุษย์ต่อการการเคลื่อนไหวของพื้น	7
2.2.2 เกณฑ์ที่แนะนำสำหรับการออกแบบโครงสร้าง	9
2.2.2.1 การกระตุ้นการเดิน	9
2.3 ทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงพลศาสตร์	11
2.3.1 ทฤษฎีพลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น	11
2.3.1.1 ระบบโครงสร้างแบบง่าย	12
2.3.1.1.1 ลำดับชั้นความเป็นอิสระ	12

2.3.1.1.2 องค์ประกอบพื้นฐานของระบบพลวัต	14
2.3.1.1.3 มวลและสติฟเนส	15
2.3.1.1.4 ความหน่วง	17
2.3.1.1.4.1 ระบบที่มีความหน่วงด้วยความหนืด	17
2.3.1.1.4.2 ระบบที่มีความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบฮาร์โมนิกส์	18
2.3.1.2 สมการของการเคลื่อนที่	18
2.3.1.3 การสั่นแบบอิสระ (Free Vibration)	19
2.3.1.3.1 การสั่นแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน	20
2.3.1.3.2 การสั่นแบบอิสระของระบบที่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน	22
2.3.1.4 การสั่นเนื่องจากแรงกระตุ้นแบบฮาร์โมนิก	24
2.3.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์หน้าตัดภายใต้โมเมนต์ดัด	27
2.3.2.1 หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต	27
2.3.2.1.1 การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะถ่ายแรง	28
2.3.2.1.2 การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดในคอนกรีตขณะรับน้ำหนัก บรรทุก	28
2.3.2.2 หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรง	28
2.3.2.3 กำลังประลัยของคอนกรีตอัดแรง	29
2.3.2.3.1 สมมติฐานการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดประลัย	29
2.3.2.3.2 การกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตเทียบเท่า เป็นรูป สี่เหลี่ยม	31
2.3.2.3.3 หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่สถานะประลัย	31

2.3.2.3.4 โหมดตัดปลาย	33
บทที่ 3	35
การดำเนินการงานวิจัย	35
3.1 แผ่นพื้นที่ใช้ในการศึกษา	35
3.1.1 ลักษณะของแผ่นพื้น	35
3.1.2 ตัวแทนของแผ่นพื้นที่ทำการวิจัย	35
3.2 การวิเคราะห์แผ่นพื้น	36
บทที่ 4	37
วิเคราะห์ผลการวิจัย	37
4.1 ขั้นตอนการคำนวณวิเคราะห์	37
4.1.1 ตัวอย่างการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้น	37
4.1.1.1 ตัวอย่างการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดิน ของมนุษย์ที่มีความยาว 9 เมตร	37
4.1.1.2 ตัวอย่างการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการ เดินแอโรบิกของมนุษย์ที่มีความยาว 9 เมตร	42
4.2 วิเคราะห์ผลการคำนวณแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินของมนุษย์	47
4.2.1 วิเคราะห์กราฟจากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น	47
4.2.1.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	47
4.2.1.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	48
4.2.1.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	49
4.2.1.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	50

4.2.1.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	51
4.2.1.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	52
4.2.2 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น	53
4.2.2.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	53
4.2.2.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	54
4.2.2.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	55
4.2.2.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	56
4.2.2.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	57
4.2.2.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	58
4.2.3 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น	59
4.2.3.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	59
4.2.3.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	60
4.2.3.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	61
4.2.3.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	62
4.2.3.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	63
4.2.3.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	64
4.2.4 สรุปการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรม การเดินของมนุษย์	65
4.2.4.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	66
4.2.4.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	66
4.2.4.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	66

4.2.4.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	67
4.2.4.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	67
4.2.4.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	67
4.3 ผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินของมนุษย์	68
4.3.1 ระยะ โถงตัวของแผ่นพื้น	68
4.3.2 แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์	69
4.3.3 โมเมนต์คดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์	70
4.3.4 ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้	72
4.4 วิเคราะห์ผลการคำนวณแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์	74
4.4.1 วิเคราะห์กราฟจากสมการของระยะ โถงตัวของแผ่นพื้น	74
4.4.1.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	74
4.4.1.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	75
4.4.1.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	76
4.4.1.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	77
4.4.1.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	78
4.4.1.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	79
4.4.2 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น	80
4.4.2.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	80
4.4.2.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	81
4.4.2.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	82
4.4.2.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	83

4.4.2.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	84
4.4.2.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	85
4.4.3 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น	86
4.4.3.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	86
4.4.3.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	87
4.4.3.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	88
4.4.3.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	89
4.4.3.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	90
4.4.3.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	91
4.4.4 สรุปการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรม การเดินแอโรบิกของมนุษย์	92
4.4.4.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร	93
4.4.4.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร	93
4.4.4.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร	93
4.4.4.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร	94
4.4.4.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร	94
4.4.4.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร	94
4.5 ผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์	95
4.5.1 ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น	95
4.5.2 แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์	96
4.5.3 โมเมนต์คัตตันอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์	97

4.5.4 ระดับความรบกวนของแผ่นดินที่มนุษย์รับรู้ได้	99
บทที่ 5	101
บทสรุปและข้อเสนอแนะ	101
5.1 บทสรุป	101
5.2 ข้อเสนอแนะ	102

สารบัญตาราง

เรื่อง	หน้า
ตารางที่ 2-1 Common Forcing Frequencies (f) and Dynamic Coefficient ($i\alpha$)	10
ตารางที่ 2-2 ค่าอัตราส่วนความหน่วงสำหรับโครงสร้างประเภทต่างๆ	23
ตารางที่ 4-1 ค่าของระยะโก่งตัว ความเร็ว และความเร่ง ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	65
ตารางที่ 4-2 ค่าของระยะโก่งตัวสูงสุดและระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	78
ตารางที่ 4-3 ค่าของแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	69
ตารางที่ 4-4 ค่าของโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทานตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	71
ตารางที่ 4-5 ค่าของความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณและจากรูปที่ 4.24 ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	73
ตารางที่ 4-6 ค่าของระยะโก่งตัว ความเร็ว และความเร่ง ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	92
ตารางที่ 4-7 ค่าของระยะโก่งตัวสูงสุดและระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	95
ตารางที่ 4-8 ค่าของแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	96
ตารางที่ 4-9 ค่าของโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทานตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	98
ตารางที่ 4-10 ค่าของความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณและจากรูปที่ 4.27 ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น	100

สารบัญรูปภาพ

เรื่อง	หน้า
รูปที่ 2.1 การตอบสนองต่อแรงรูปคลื่นไซน์	6
รูปที่ 2.2 การสั่นสะเทือนของพื้นเนื่องจากแรงกระตุ้นฝีเท้าในระหว่างการเดินของมนุษย์	7
รูปที่ 2.3 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์ สำหรับการสั่นสะเทือน เนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ (Allen และ Murray, 1993; มาตรฐาน ISO 2631-2:1989)	8
รูปที่ 2.4 การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย	12
รูปที่ 2.5 ระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระเท่ากับสอง	12
รูปที่ 2.6 ระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่ง	14
รูปที่ 2.7 การจำลองระบบจริงด้วยระบบมวล-สปริง	14
รูปที่ 2.8 การเคลื่อนที่ของระบบ SDOF แบบ Simple Harmonic	15
รูปที่ 2.9 การเคลื่อนที่ของสปริงในแนวดิ่ง	16
รูปที่ 2.10 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์ไม่มีความหน่วง	17
รูปที่ 2.11 ระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง ภายใต้แรงกระทำ	19
รูปที่ 2.12 กราฟการสั่นสะเทือนแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน	20
รูปที่ 2.13 ระบบอย่างง่ายที่ประกอบด้วยมวล สปริง และตัวหน่วงการสั่นสะเทือน	22
รูปที่ 2.14 ผลของความหน่วงต่อการสั่นแบบอิสระ	23
รูปที่ 2.15 การสั่นแบบอิสระของระบบ SDOF ที่มี $\zeta = 2\%, 5\%, 10\%$ และ 20%	24
รูปที่ 2.16 การสั่นของระบบเนื่องจากแรงภายนอกแบบฮาร์มอนิก	25
รูปที่ 2.17 ตัวคูณขยายทางพลวัตของการขจัด สำหรับการสั่นเนื่องจากแรงฮาร์มอนิก	26
รูปที่ 2.18 การสั่นของระบบที่มีค่า $\zeta = 0.05$ เนื่องจากแรงภายนอกแบบฮาร์มอนิก	27

รูปที่ 2.19 การกระจายของหน่วยการยึดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย	31
รูปที่ 3.1 แสดงขนาดของแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูป	35
รูปที่ 3.2 แสดงแผ่นพื้นที่น่ามาวิเคราะห์โดยวางบนจตุรรองรับอย่างง่าย	35
รูปที่ 4.1 ความยาวและความหนาของแผ่นพื้นจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์	37
รูปที่ 4.2 ความยาวและความหนาของแผ่นพื้นจากกิจกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์	42
รูปที่ 4.3 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 8 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	47
รูปที่ 4.4 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 9 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	48
รูปที่ 4.5 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 10 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	49
รูปที่ 4.6 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 11 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	50
รูปที่ 4.7 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 12 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	51
รูปที่ 4.8 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 13 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	52
รูปที่ 4.9 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	53
รูปที่ 4.10 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	54
รูปที่ 4.11 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	55

รูปที่ 4.12 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	56
รูปที่ 4.13 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	57
รูปที่ 4.14 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	58
รูปที่ 4.15 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	59
รูปที่ 4.16 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	60
รูปที่ 4.17 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	61
รูปที่ 4.18 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	62
รูปที่ 4.19 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	63
รูปที่ 4.20 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	64
รูปที่ 4.21 กราฟความสัมพันธ์ระยะ โกงตัวกับความยาวของแผ่นพื้น	68
รูปที่ 4.22 กราฟความสัมพันธ์แรงเฉือนกับความยาวของแผ่นพื้น	70
รูปที่ 4.23 กราฟความสัมพันธ์โมเมนต์ดัดกับความยาวของแผ่นพื้น	71

รูปที่ 4.24 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์สำหรับการสั่นสะเทือน เนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ (Allen และ Murray, 1993; มาตรฐาน ISO 2631-2:1989) โดยเลือกพิจารณาที่ Offices, Residences	72
รูปที่ 4.25 กราฟความสัมพันธ์ความเร่งเฉลี่ยกับความยาวของแผ่นพื้น	73
รูปที่ 4.26 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 8 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	74
รูปที่ 4.27 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 9 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	75
รูปที่ 4.28 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 10 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	76
รูปที่ 4.29 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 11 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	77
รูปที่ 4.30 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 12 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	78
รูปที่ 4.31 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 13 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	79
รูปที่ 4.32 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	80
รูปที่ 4.33 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	81
รูปที่ 4.34 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	82
รูปที่ 4.35 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	83

รูปที่ 4.36 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	84
รูปที่ 4.37 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	85
รูปที่ 4.38 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	86
รูปที่ 4.39 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	87
รูปที่ 4.40 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	88
รูปที่ 4.41 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	89
รูปที่ 4.42 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	90
รูปที่ 4.43 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตร ที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา	91
รูปที่ 4.44 กราฟความสัมพันธ์ระยะ โกงตัวกับความยาวของแผ่นพื้น	95
รูปที่ 4.45 กราฟความสัมพันธ์แรงเฉือนกับความยาวของแผ่นพื้น	97
รูปที่ 4.46 กราฟความสัมพันธ์โมเมนต์ดัดกับความยาวของแผ่นพื้น	98
รูปที่ 4.47 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์ สำหรับการสั่นสะเทือน เนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ (Allen และ Murray, 1993; มาตรฐาน ISO 2631-2:1989) โดยเลือกพิจารณาที่ Rhythmic Activity, Outdoor Footbridge	99
รูปที่ 4.48 กราฟความสัมพันธ์ความเร่งเฉลี่ยกับความยาวของแผ่นพื้น	100

บทที่ 1

บทนำ

1.1 ความเป็นมาและความสำคัญของปัญหา

ปัจจุบันการออกแบบอาคารมีแนวโน้มออกแบบให้อาคารมีความโล่งมากขึ้นเพื่อให้เป็นอาคารอเนกประสงค์สามารถใช้ทำกิจกรรมอื่นเนื่องมาจากมนุษย์ได้หลายอย่างเช่นการเดินรำการเต้นแอโรบิคการจัดการแสดงดนตรีการวิ่งการวิ่งเหยาะการออกกำลังกายต่างๆ เป็นต้น ทำให้ช่วงความยาวของอาคารมีค่ามากขึ้นวัสดุที่นำมาใช้ในการออกแบบและก่อสร้างจึงต้องมีกำลังสูงและสามารถทำงานได้ดีสำหรับในส่วน of อาคารนั้นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปถือเป็นวัสดุที่นิยมนำมาใช้งานก่อสร้างมากเนื่องจากเป็นวัสดุที่มีกำลังสูงและมีความสะดวกในการทำงานทำให้สามารถก่อสร้างได้อย่างรวดเร็ว นอกจากนี้ในท้องตลาดยังมียุติผลเป็นจำนวนมากให้เลือกใช้ตามความต้องการโดยมีช่วงความยาวต่างๆกันได้ถึง 13 เมตรแม้ว่าพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปที่เลือกใช้จะมีกำลังเพียงพอในการรับน้ำหนักบรรทุกได้อย่างปลอดภัยและมีการแอ่นตัวไม่เกินค่าที่กำหนดไว้ตามมาตรฐานแต่เนื่องจากการที่แผ่นพื้นมีน้ำหนักน้อยและมีความยืดหยุ่นมากเมื่อเทียบกับพื้นคอนกรีตเสริมเหล็กธรรมดา รวมทั้งไม่ได้หล่อเป็นเนื้อเดียวกับโครงสร้างผลกระทบท่อโครงสร้างที่ตามมาคือความสั่นสะเทือนของโครงสร้างมีมากขึ้นถึงแม้ว่าโครงสร้างจะมีความปลอดภัยแต่การสั่นสะเทือนของโครงสร้างจะมีผลต่อการรับรู้ของผู้อาศัยอยู่ในอาคารซึ่งทำให้เกิดความรู้สึกไม่สะดวกสบายความแรงในการสั่นสะเทือนอาจจะวัดออกมาในหลายรูปแบบ เช่น ความถี่และช่วงเวลาการสั่น ระยะการเปลี่ยนแปลงตำแหน่งในแนวตั้งและความเร่งในการสั่นสะเทือนในส่วนของการรับรู้ของมนุษย์นั้นจะขึ้นอยู่กับอิริยาบถ เช่นการนอนยืนหรือนั่งและกิจกรรมของผู้รับรู้ที่กระทำอยู่ขณะนั้นนอกจากมีความสั่นสะเทือนยังอาจก่อให้เกิดปัญหาในอาคารที่มีเครื่องมือซึ่งต้องการความละเอียดแม่นยำสูงแต่สำหรับการวิจัยนี้จะเน้นเพียงความรู้สึกไม่สะดวกสบายของผู้ใช้อาคารเป็นหลัก

การสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ส่งผลกระทบต่อการสั่นสะเทือนของอาคารเป็นอย่างมากเนื่องจากขณะทำกิจกรรมนั้นๆ จะถ่ายน้ำหนักทั้งหมดลงไปยังแผ่นพื้นของอาคารจึงเกิดการสั่นสะเทือนขึ้นการถ่ายน้ำหนักจากพื้นลงสู่โครงสร้างของอาคารจึงส่งผลให้เกิดการสั่นสะเทือนของอาคารขึ้นด้วยนักวิชาการทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ จึงตระหนักถึงแรงพลศาสตร์ที่ส่งผลกระทบต่อการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมของมนุษย์ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบแผ่นพื้นของอาคารให้มีความปลอดภัยยิ่งขึ้น

การสั่นสะเทือนของพื้นเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของแผ่นพื้นเมื่อเทียบกับจุดอ้างอิงที่อยู่นิ่งโดยการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของแผ่นพื้นอาจจะเป็นการเคลื่อนที่โดยอิสระหรือมีแรงบังคับตลอดเวลาให้เคลื่อนที่ก็ได้โดยการสั่นสะเทือนแบบอิสระเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นเนื่องจากมีแรงหรือแรงบิดมารบกวนสถานะสมดุลในตอนแรกทำให้เริ่มสั่นสะเทือนแต่ขณะที่สั่นสะเทือนจะเป็นการสั่นอย่างอิสระที่ไม่มีแรงหรือแรงบิดภายนอกใดมากระทำต่อระบบเลยส่วนการสั่นสะเทือนแบบบังคับเป็นการสั่นสะเทือนซึ่งเกิดเนื่องจากพลังงานภายนอกกระทำกับระยะระหว่างการสั่นสะเทือนโดยพลังงานภายนอกที่กระทำนั้นอาจจะเป็นในรูปแบบของแรงบิดหรืออาจเป็นการขยับเพื่อบังคับให้เกิดการสั่นก็ได้ซึ่งการสั่นสะเทือนสามารถพบได้ทั่วไปในชีวิตประจำวันและในงานทางวิศวกรรมมากมาย

โดยปกติแล้วการออกแบบแผ่นพื้นภายในอาคารจะไม่คำนึงถึงจังหวะการเดินพฤติกรรมในการทำกิจกรรมต่างๆที่เกิดขึ้นจริงกับแผ่นพื้นเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ส่วนใหญ่จะออกแบบแผ่นพื้นโดยคิดแต่น้ำหนักคงที่ที่จะถ่วงน้ำหนักลงแผ่นพื้นเท่านั้นถ้าออกแบบแผ่นพื้นโดยคำนึงถึงการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นจะมีแรงพลศาสตร์เกิดขึ้นและเกิดผลกระทบเนื่องจากแรงพลศาสตร์กับแผ่นพื้นมากกว่าการออกแบบแผ่นพื้นโดยคิดแต่น้ำหนักคงที่ที่จะถ่วงลงแผ่นพื้นเท่านั้น

1.2 วัตถุประสงค์ของการวิจัย

1. เพื่อศึกษาพฤติกรรมของแผ่นพื้นภายใต้แรงกระทำที่เกิดจากกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกของมนุษย์
2. เพื่อตรวจสอบและประเมินความสามารถในการต้านทานแรงของแผ่นพื้น ซึ่งเกิดจากน้ำหนักอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกของมนุษย์

1.3 ขอบเขตของการวิจัย

1. การวิเคราะห์แผ่นพื้นเพื่อตรวจสอบโมเมนต์ดัด แรงเฉือนและการโค้งตัวของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์
2. แผ่นพื้นที่จะนำมาใช้ทำการศึกษาคือแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวงที่รับน้ำหนักบรรทุกจรเท่ากับ 400 kg/m^2
3. ศึกษาเฉพาะพฤติกรรมของแผ่นพื้นสำเร็จรูปชนิดกลวง
4. วิเคราะห์แผ่นพื้นเป็นลักษณะของ one-way slab

1.4 ประโยชน์ที่คาดว่าจะได้รับจากการวิจัย

1. ทำให้ทราบพฤติกรรมของแผ่นพื้นเมื่อต้องรับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบพลศาสตร์ที่เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์
2. ทำให้ทราบถึงความสามารถในการต้านทานโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนของแผ่นพื้น เมื่อรับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบพลศาสตร์ที่เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์

บทที่ 2

ทฤษฎีที่เกี่ยวข้อง

2.1 บทนำ

2.1.1 ประวัติความเป็นมา

สำหรับการใช้งานของแผ่นในด้านความแข็งแรงและความถี่สั่นพ้องที่สำคัญในการออกแบบโครงสร้างพื้นเหล็กและพื้นสะพานจะมีเกณฑ์ความแข็งแรงที่รู้จักกันครั้งแรกประมาณ 170 ปีที่ผ่านมาโดย Tredgold (1828) ได้เขียนไว้ว่าคานเหล็กที่มีช่วงยาวควรจะทำให้คานมีความลึกมากขึ้นเพื่อหลีกเลี่ยงความไม่สะดวกในการที่จะไม่สามารถย้ายไปอยู่บนพื้นที่โดยไม่ให้เกิดการสั่นสะเทือนของห้องได้ตามที่ปฏิบัติกันมาของทหารจะมีการแบ่งขึ้นตอนจังหวะการเดินเมื่อเดินข้ามสะพานเพื่อหลีกเลี่ยงอันตรายที่จะเกิดขึ้น

เกณฑ์ความแข็งแรงแบบดั้งเดิมสำหรับพื้นเหล็กจะมีข้อกำหนดการโก่งตัวของน้ำหนักจรของคานที่รองรับเพดานจนถึงช่วงความยาวหารด้วย 360 (L/360) ข้อกำหนดนี้รวมถึงการจำกัดสมาชิกของช่วงความยาวต่อความลึกไม่เกิน 24 หรือน้อยกว่าซึ่งได้ถูกนำมาใช้กันอย่างแพร่หลายในระบบโครงสร้างเหล็กเพื่อควบคุมการสั่นสะเทือนแต่ก็ยังไม่เป็นผลสำเร็จเมื่อไม่นานมานี้การสั่นพ้องได้รับการละเว้นในการออกแบบพื้นและสะพานลอยประมาณ 30 ปีที่ผ่านมาเกิดปัญหาการสั่นสะเทือนเนื่องจากการเดินบนพื้นที่มีเหล็กรองรับความแข็งแรงหลังจากนั้นได้มีการเรียนรู้เกี่ยวกับการสั่นสะเทือนเนื่องจากการเดินทั้งนี้กิจกรรมเข้าจังหวะเช่นการเดินแอโรบิกที่มีแรงกระแทกสูงได้ก่อให้เกิดปัญหาการสั่นสะเทือนของพื้นอย่างรุนแรงเนื่องจากการสั่นพ้อง

การวิเคราะห์วิธีนี้ถูกพัฒนาจากการวิเคราะห์หลายวิธีซึ่งทำให้นักออกแบบโครงสร้างสามารถประเมินโครงสร้างพื้นได้เพื่อความสะดวกสบายของการทำกิจกรรมเฉพาะและเพื่อให้ง่ายต่อการเลือกใช้เครื่องมือที่มีความละเอียดอ่อน โดยทั่วไปเครื่องมือวิเคราะห์เหล่านี้จำเป็นต้องใช้การคำนวณความถี่ธรรมชาติของพื้นและความกว้างของคลื่นสูงสุดของการเร่งความเร็วหรือการกระจัดสำหรับการกระตุ้นในบางกรณีจำเป็นต้องมีการความหน่วงของพื้นและจำเป็นจะต้องวัดระดับความสะดวกสบายของมนุษย์หรือความเหมาะสมของอุปกรณ์ที่ใช้ตรงตามข้อกำหนดด้านความสามารถในการใช้งานหรือไม่เครื่องมือวิเคราะห์บางตัวมีข้อจำกัดในการเร่งความเร็วในการออกแบบซึ่งมีการประเมินโดยนักออกแบบ

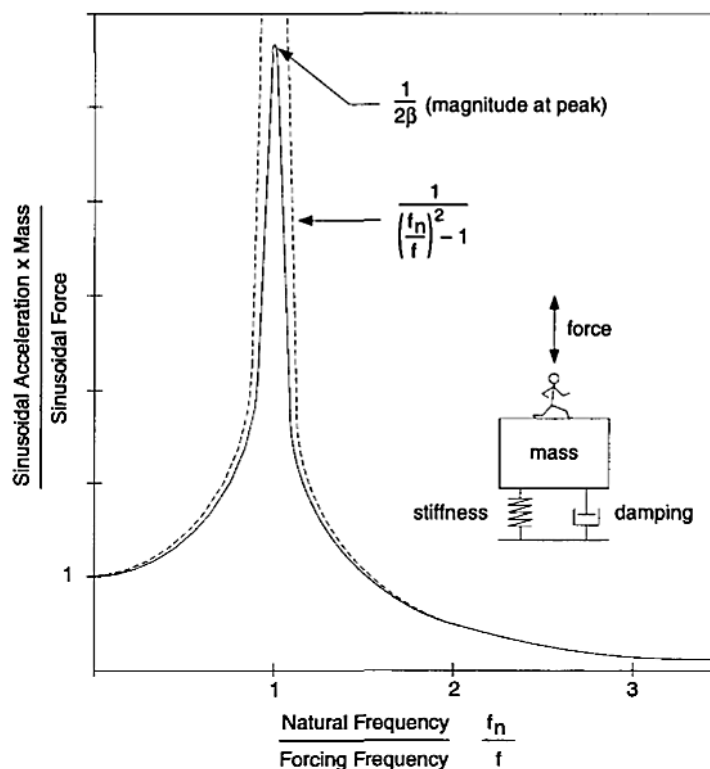
2.1.2 หลักการการสั่นสะเทือนของพื้น

ปัญหาการสั่นสะเทือนของพื้นส่วนใหญ่เกี่ยวข้องกับแรงซ้ำๆ ที่เกิดจากเครื่องจักรหรือกิจกรรมของมนุษย์ เช่น การเดินแอโรบิก หรือการเดิน ในบางกรณีแรงที่ใช้คือ แรงรูปคลื่นไซน์ โดยทั่วไปแล้วแรงซ้ำๆ สามารถแสดงด้วยการรวมกันของแรงรูปคลื่นไซน์ที่มีความถี่ (f) เป็นทวีคูณ หรือฮาร์มอนิกส์ของความถี่พื้นฐานของการซ้ำของแรงเช่น ความถี่แบบขั้นบันได (f_{step}) สำหรับกิจกรรมของมนุษย์

โดยทั่วไปแล้วค่าสัมประสิทธิ์แบบพลศาสตร์จะลดลงเมื่อเพิ่มฮาร์มอนิกส์ เช่น ค่าสัมประสิทธิ์แบบพลศาสตร์ที่สัมพันธ์กับฮาร์มอนิกส์แรกของการเดินคือ 0.5 0.2 0.1 และ 0.05 ตามลำดับ ในทางทฤษฎีถ้าความถี่ใดๆ ที่สัมพันธ์กับแรงรูปคลื่นไซน์จะตรงกับความถี่ธรรมชาติของโหมดการสั่นสะเทือนจะเกิดการสั่นพ้องขึ้นทำให้เกิดการสั่นสะเทือนอย่างรุนแรง

ผลกระทบของการสั่นพ้องดังแสดงในรูปที่ 2.1 สำหรับรูปนี้โครงสร้างพื้นเป็นแบบระบบขึ้นเสรีเดียว (Single Degree of Freedom, SDF) ที่เชื่อมต่อกับพื้น โดยมีสปริงและความหน่วงและมีแรงรูปคลื่นไซน์กระทำบนมวล การขยายของการสั่นพ้องเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ มีส่วนเกี่ยวข้องกับปัญหาการสั่นสะเทือนส่วนใหญ่ที่เกิดขึ้นในอาคาร

รูปที่ 2.1 แสดงให้เห็นถึงการตอบสนองแรงรูปคลื่นไซน์ที่มีเพียงหนึ่งโหมด ในความเป็นจริงการสั่นสะเทือนอาจมีหลายโหมดในระบบพื้น แต่ละโหมดของการสั่นสะเทือนมีการสั่นเฉพาะโหมด และความถี่ธรรมชาติที่เกี่ยวข้อง โหมดการสั่นทั่วไปจะสามารถมองเห็นได้โดยพิจารณาพื้นที่เป็นการแบ่งออกเป็นอาร์เรย์ (Array) ของแผ่นพื้นกับแผ่นที่อยู่ติดกันไปในทิศทางตรงข้าม โหมดการสั่นทั่วไป



รูปที่ 2.1 การตอบสนองต่อแรงรูปคลื่นไซน์

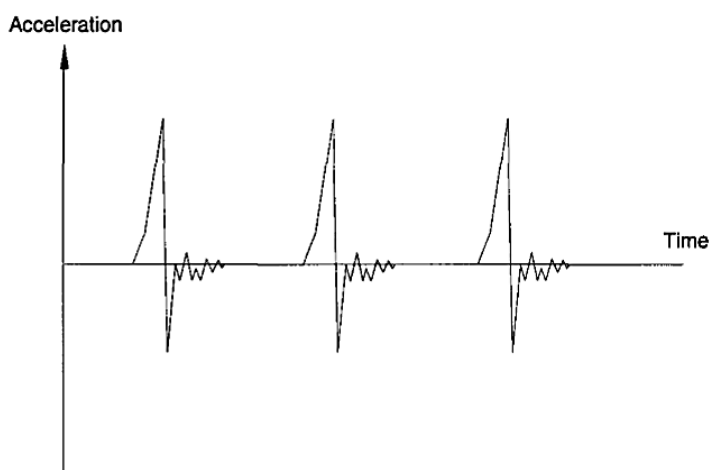
สำหรับการสั่นสะเทือนเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ เช่น การเดินแอโรบิก เป็นเรื่องยากมากที่โหมดที่สูงขึ้นจะกระตุ้นเนื่องจากผู้คนกระจายไปทั่วพื้นที่ขนาดใหญ่และมีแนวโน้มที่จะบังคับให้แผ่นพื้นทั้งหมดกระตุ้นอยู่ในทิศทางเดียวกันพร้อมๆ กัน ขณะที่แผ่นที่อยู่ติดกันต้องเคลื่อนที่ไปในทิศทางตรงกันข้ามเพื่อตอบสนองโหมดที่สูงขึ้น การเดินจะสร้างแรงและอาจกระตุ้นให้เกิดโหมดที่สูงขึ้น โดยทั่วไปโหมดที่สูงขึ้นจะมีการกระตุ้นค่อนข้างเล็กน้อย เมื่อเปรียบเทียบกับโหมดการสั่นสะเทือนต่ำสุด ดังนั้นในทางปฏิบัติมักเป็นเพียงโหมดที่ต่ำสุดของการสั่นสะเทือนที่มีผลต่อกิจกรรมของมนุษย์

รูปแบบพื้นฐานของรูปที่ 2.1 อาจจะแสดงโดย :

$$\text{การเร่งความเร็วคลื่นรูปไซน์} = \frac{\text{force}}{\text{mass}} \times \text{ปัจจัยการตอบสนอง} \quad (2.1)$$

ปัจจัยการตอบสนองขึ้นอยู่กับอัตราส่วนของความถี่ธรรมชาติ (f_n / f) และอัตราส่วนความหน่วง ในกรณีที่ความถี่ธรรมชาติของพื้นเกินกว่า 9-10 รอบต่อวินาที ผลจากการสั่นพ้องจะมีผลน้อยกว่า การสั่นสะเทือนที่เกิดจากมนุษย์ เมื่อพื้นมีน้ำหนักเบา การตอบสนองเชิงเวลาของการ โกงแบบคงที่เนื่องจากการกระทำซ้ำจะสัมพันธ์กับแรงที่กดบนสันเท้าและฝ่าเท้าในรูปของการกระตุ้น

ดังแสดงในรูปที่ 2.2 และเกณฑ์ที่ขึ้นอยู่กับความสัมพันธ์ของแรงโน้มถ่วงจากเส้นเท้ามีความเหมาะสมกับแรงกระตุ้นของเส้นเท้า



รูปที่ 2.2 การสั่นสะเทือนของพื้นเนื่องจากแรงกระตุ้นฝีเท้าในระหว่างการเดินของมนุษย์

2.2 เกณฑ์การยอมรับได้ของการสั่นสะเทือน

การสั่นทางวิศวกรรมไม่สามารถออกแบบระบบที่ลดการสั่นได้อย่างเหมาะสม โดยปราศจากข้อมูลระดับการยอมรับได้ของการสั่นสะเทือนที่เป็นอันตราย ถ้าการสั่นสะเทือนมีผลกระทบต่อคน วิศวกรจำเป็นต้องรู้ระดับที่มีผลต่อสุขภาพ และความสบายในการปฏิบัติงาน ถ้าการสั่นสะเทือนมีผลต่ออาคารหรือโครงสร้าง เราต้องทราบว่าระดับการสั่นสะเทือนที่ทำให้อาคารหรือตึกเกิดการแตกร้าวได้ ซึ่งเราจะทำการศึกษาสำหรับการเคลื่อนที่แบบฮาร์โมนิกส์ โดยเราได้ความสัมพันธ์ของ

การกระจัด

$$x(t) = A \sin(\omega t + \phi)$$

ความเร็ว

$$\dot{x}(t) = A\omega \cos(\omega t + \phi)$$

ความเร่ง

$$\ddot{x}(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t + \phi)$$

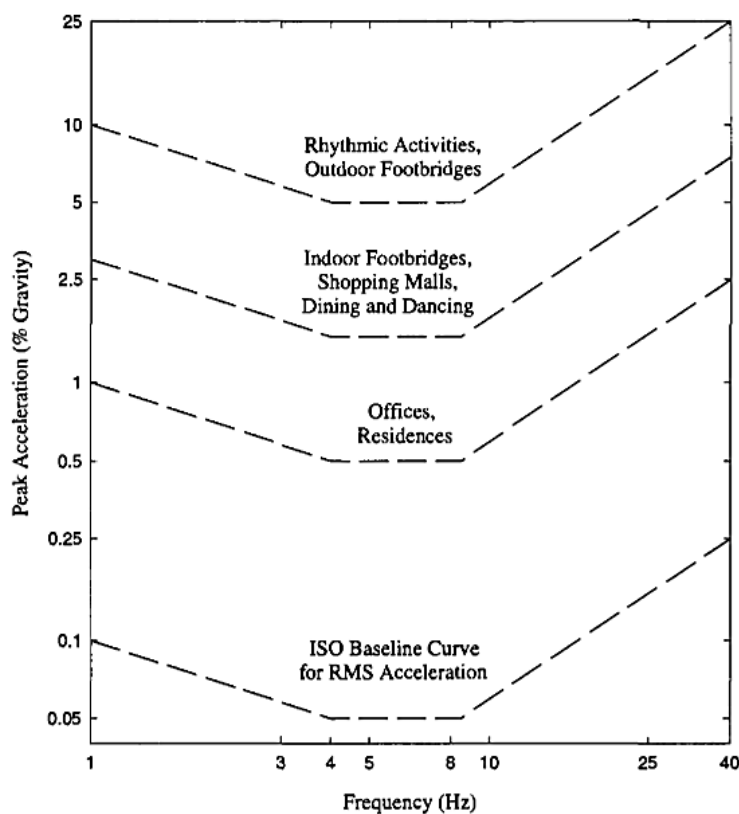
โดยที่ x , $\dot{x}$, และ $\ddot{x}$ คือขนาดการสั่น

2.2.1 เกณฑ์การตอบสนองของมนุษย์ต่อการเคลื่อนไหวของพื้น

การตอบสนองของมนุษย์ต่อการเคลื่อนที่ของพื้นเป็นปรากฏการณ์ที่ซับซ้อนมากซึ่งเกี่ยวข้องกับทั้งขนาดของการเคลื่อนที่ สภาพแวดล้อมการเคลื่อนไหวอย่างต่อเนื่องของมนุษย์ (สถานะคงที่ หรือ Steady State) เกณฑ์ของการรับรู้ของการเคลื่อนไหวของพื้นในที่ทำงานอาจจะสูงกว่าในอพาร์ทเมนต์การรับรู้ของผู้สูงอายุที่อาศัยอยู่บนชั้นห้าสิบอาจแตกต่างกันมากเมื่อเทียบกับ

ผู้ใหญ่วัยหนุ่มสาวที่อาศัยอยู่บนชั้นสองของอพาร์ทเมนต์ แม้ทั้งสองจะอยู่ภายใต้การเคลื่อนไหวเดียวกัน

ปฏิกิริยาของคนที่รู้สึกถึงการสั่นสะเทือนขึ้นอยู่กับสิ่งที่พวกเขากำลังทำอยู่ คนในสำนักงานหรือที่อยู่อาศัยไม่ชอบสิ่งแวดล้อมที่มีการสั่นสะเทือน(ความเร่งสูงสุดประมาณร้อยละ 0.5 (g))ในขณะที่คนที่เข้าร่วมกิจกรรมจะยอมรับการสั่นสะเทือนประมาณ 10 เท่า (ร้อยละ 5 ของความเร่งสูงสุดหรือมากกว่า)คนที่รับประทานอาหารเช้าฟลอร์เด็นรำฟลอร์ยกน้ำหนัก หรือยืนอยู่ในห้างสรรพสินค้าจะยอมรับการสั่นสะเทือนอยู่ระหว่าง ร้อยละ 1.5 ของความเร่งสูงสุดความไวในการรับรู้แต่ละครั้งยังแตกต่างกันไปตามระยะเวลาของการสั่นสะเทือนและความห่างไกลของแหล่งกำเนิด ข้อมูลทางสถิติต่อการรับรู้ของมนุษย์จำแนกตามกิจกรรมต่างๆ สามารถแสดงไว้ในรูปที่ 2.3



รูปที่ 2.3 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์
สำหรับการสั่นสะเทือนเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์
(Allen และ Murray, 1993; มาตรฐาน ISO 2631-2:1989)

2.2.2 เกณฑ์ที่แนะนำสำหรับการออกแบบโครงสร้าง

เกณฑ์หลายเกณฑ์สำหรับความสะดวกสบายของมนุษย์ได้รับการเสนอในช่วงหลายปี ภาคนวกรวมถึงการพัฒนาประวัติศาสตร์สั้นๆ ของเกณฑ์ที่ใช้ในอเมริกาเหนือและยุโรป ต่อไปนี้เป็นเกณฑ์การออกแบบที่แนะนำสำหรับการเดินและการกระตุ่นด้วยจังหวะ เกณฑ์การกระตุ่นที่แนะนำ วิธีการประเมินสมบัติพื้นที่ต้องการและขั้นตอนการออกแบบถูกเสนอโดย Allen และ Murray (1993) เกณฑ์จะแตกต่างกันมากจากที่ก่อนหน้านี้ การปล่อยสันเท้าเป็นวิธีการตามเกณฑ์ที่เสนอสำหรับการกระตุ่นด้วยการเดินมีความซับซ้อนกว่าเกณฑ์ก่อนหน้านี้ แต่ก็มีความสามารถในการใช้งานได้มากขึ้น ซึ่งยอมรับได้จากระบบพื้น

2.2.2.1 การกระตุ่นการเดิน

ในฐานะที่เป็นส่วนหนึ่งของความพยายามที่จะพัฒนานี้ ออกแบบคู่มือเกณฑ์ใหม่สำหรับการสันสะเทือนที่เกิดจากการเดินรับการพัฒนาดำเนินการบังคับใช้กว้างกว่าเกณฑ์ที่ใช้ในทวีปอเมริกาเหนือในปัจจุบัน เกณฑ์ขึ้นอยู่กับคำตอบของแบบพลศาสตร์ของระบบพื้นที่รองรับคานเหล็กหรือตงไม้กับแรงเดินและสามารถใช้ในการประเมินระบบโครงสร้างที่รองรับสำนักงานห้างสรรพสินค้า สะพานลอยและพื้นที่ใกล้เคียงที่คล้ายกัน (Allen และ Murray 1993) เกณฑ์ที่ได้รับการพัฒนาโดยใช้ข้อมูลต่อไปนี้

1) ข้อกำหนดความเร่งตามคำแนะนำขององค์การมาตรฐานสากล มาตรฐานสากล ISO 2631-2, 1989) ปรับให้เหมาะสมสำหรับการใช้งาน มาตรฐาน ISO แสดงข้อกำหนดในแง่ของความเร่งเฉลี่ยเป็นค่าหลายเส้นของเส้นโค้งพื้นฐานดังแสดงในรูปที่ 2.3 ตัวคูณสำหรับเกณฑ์ที่เสนอซึ่งแสดงในแง่ของความเร่งสูงสุดคือ 10 สำหรับออฟฟิศ 30 สำหรับห้างสรรพสินค้าและสะพานด้านในและ 100 สำหรับสะพานด้านนอก เพื่อวัตถุประสงค์ในการออกแบบ ข้อกำหนดสามารถสันนิษฐานได้ว่าอยู่ระหว่าง 0.8 ถึง 1.5 เท่าของค่าที่แนะนำ ขึ้นอยู่กับระยะเวลาของการสันสะเทือนและความถี่ของเหตุการณ์การสันสะเทือน

2) ส่วนประกอบของแรงฮาร์มอนิกขึ้นอยู่กับเวลาที่ตรงกับความถี่พื้นฐานของพื้น

$$F_i = P\alpha_i \cos(2\pi f_{step} t) \quad (2.2)$$

เมื่อ

P = น้ำหนักของบุคคล ใช้ประมาณ 0.7 กิโลนิวตัน (157 ปอนด์) สำหรับการออกแบบ (

α_i = ค่าสัมประสิทธิ์แบบพลศาสตร์สำหรับองค์ประกอบของแรงฮาร์มอนิก i

i = ฮาร์มอนิกหลายความถี่แบบขึ้นบันได

f_{step} = ความถี่แบบขึ้นบันได

คำแนะนำสำหรับ ดังแสดงในตารางที่ 2-1 (ส่วนประกอบฮาร์มอนิกเดี่ยวเท่านั้นของ สมการที่(2.1)ถูกนำมาใช้เนื่องจากการสั่นสะเทือนของฮาร์มอนิกอื่นๆ มีขนาดเล็กเมื่อเทียบกับฮาร์มอนิกที่เกี่ยวข้องกับการสั่นพ้อง)

3) ฟังก์ชันการตอบสนองต่อการสั่นพ้องของแบบฟอร์ม

$$\frac{a}{g} = \frac{R\alpha_i P}{\beta W} \times \cos(2\pi i f_{step} t) \quad (2.3)$$

เมื่อ

a / g = อัตราส่วนของความเร่งของพื้นกับความเร่งของแรงโน้มถ่วง

R = ปัจจัยที่ลดลง

β = อัตราส่วนความหน่วงเชิงโหมค

W = น้ำหนักที่มีประสิทธิภาพของพื้น

ปัจจัยที่ลดลง R คำนึงถึงความเป็นจริงว่าการเคลื่อนไหวแบบการสั่นพ้องแบบสภาวะคงที่เต็มรูปแบบไม่สามารถทำได้สำหรับการเดิน และคนเดินในตำแหน่งของการกระจัดเชิงโหมคสูงสุด ขอแนะนำให้ใช้ R เท่ากับ 0.7 สำหรับทางเดินเท้าและ 0.5 สำหรับโครงสร้างพื้นซึ่งมีการกำหนดรูปแบบสองทิศทาง

ตารางที่ 2-1 Common Forcing Frequencies (f) and Dynamic Coefficient (α_i)

Table 2-1 Common Forcing Frequencies (f) and Dynamic Coefficients*(α_i)						
Harmonic	Person Walking		Aerobics Class		Group Dancing	
i	f , Hz	α_i	f , Hz	α_i	f , Hz	α_i
1	1.6 – 2.2	0.50	2 – 2.75	1.5	1.5 – 3	0.5
2	3.2 – 4.4	0.20	4 – 5.50	0.6	-	-
3	4.8 – 6.6	0.10	6 – 8.25	0.1	-	-
4	6.4 – 8.8	0.05	-	-	-	-
*dynamic coefficient = peak sinusoidal force/weight of person(s).						

สำหรับการประเมินความเร่งสูงสุดที่เกิดจากการเดินสามารถประมาณได้จากสมการที่ (2.4) โดยการเลือกฮาร์มอนิกต่ำสุด (i) ซึ่งความถี่บังคับซึ่ง $f = i f_{step}$ สามารถจับคู่ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างพื้นได้ความเร่งสูงสุดจะถูกนำมาเปรียบเทียบกับข้อจำกัดที่เหมาะสมใน

รูปที่ 2.3 สำหรับการออกแบบสมการที่ (2.4) สามารถทำได้ง่ายขึ้นโดยประมาณความสัมพันธ์ขั้นตอนระหว่างค่าสัมประสิทธิ์แบบพลศาสตร์ (α_i) และความถี่ (f) ดังแสดงในรูปที่ 2.3 ตามสูตร $\alpha = 0.83 \exp(-0.35 f)$ ด้วยการทดแทนนี้จะได้รับเกณฑ์การออกแบบแบบง่ายต่อไปนี้

$$\frac{a_p}{g} = \frac{P_0 \exp(-0.35 f_n)}{\beta W} \leq \frac{a_0}{g} \quad (2.4)$$

เมื่อ

a_p / g = ความเร่งสูงสุดโดยประมาณหน่วยเป็น (%g)

a_0 / g = จีดจำกัดของความเร่งจากรูปที่ 2.3

f_n = ความถี่ธรรมชาติของโครงสร้างพื้น

P_0 = แรงคงที่เท่ากับ 0.29 กิโลนิวตันสำหรับพื้นและ 0.41 กิโลนิวตันสำหรับสะพานลอย

ตัวเลข $P_0 \exp(-0.35 f_n)$ ในสมการที่ (2.5) แสดงให้เห็นถึงแรงฮาร์มอนิกที่มีประสิทธิภาพเนื่องจากการเดินซึ่งจะส่งผลในการตอบสนองการสั่นพ้องที่ความถี่ธรรมชาติของพื้น (f_n) สมการที่ (2.5) เป็นเกณฑ์การออกแบบเช่นเดียวกับที่เสนอโดย Allen และ Murray 1993 (เฉพาะรูปแบบที่แตกต่างกัน)

2.3 ทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงพลศาสตร์

2.3.1 ทฤษฎีพลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้น (BASIC STRUCTURAL DYNAMICS)

ในการออกแบบโครงสร้างเพื่อด้านทานแรงแผ่นดินไหว วิศวกรต้องวิเคราะห์การตอบสนองของโครงสร้างต่อแรงพลวัตเนื่องจากแผ่นดินไหว ดังนั้นวิศวกรจึงจำเป็นต้องมีความเข้าใจในหลักพลศาสตร์ของโครงสร้าง เพื่อจะทำให้สามารถเข้าใจถึงที่มาของข้อกำหนดต่างๆ ในมาตรฐานการออกแบบอาคารต้านทานแรงแผ่นดินไหว ทั้งการออกแบบด้วยวิธีแรงสถิตเทียบเท่า หรือด้วยวิธีทางพลศาสตร์ และทำให้วิศวกรสามารถใช้มาตรฐานการออกแบบได้อย่างถูกต้อง และสามารถประยุกต์เข้ากับปัญหาในรูปแบบอื่นๆ ได้ต่อไป

บทความนี้นำเสนอทฤษฎีพลศาสตร์โครงสร้างเบื้องต้นที่จำเป็นสำหรับการพิจารณาผลของแผ่นดินไหวต่อโครงสร้าง โดยอธิบายจากขั้นพื้นฐานถึงการประยุกต์ของปัญหา เริ่มจากการพิจารณาคุณสมบัติของระบบพลวัตพื้นฐานที่จำลองโครงสร้างแบบง่าย และนำไปสู่การเขียนสมการสำหรับอธิบายการเคลื่อนที่ จากนั้นพิจารณาการสั่นไหวแบบอิสระของระบบพลวัตและการสั่นไหวเนื่องจากแผ่นดินไหว สุดท้ายอธิบายหลักการของสเปกตรัมของการตอบสนองซึ่งเป็นที่มาของข้อกำหนดในมาตรฐานการออกแบบอาคารต้านทานแรงแผ่นดินไหว

2.3.1.1 ระบบโครงสร้างแบบง่าย

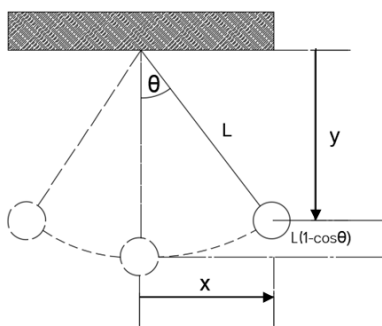
2.3.1.1.1 ลำดับชั้นความเป็นอิสระ (Degree of Freedom, DOF)

ลำดับชั้นความเป็นอิสระ (Degree of Freedom, DOF) หมายถึงจำนวนพิกัด (Coordinate) ที่น้อยที่สุดที่ไม่ขึ้นต่อกันซึ่งจำเป็นต้องในการอธิบายตำแหน่งต่างๆ ของทุกส่วนในระบบที่ขณะเวลาหนึ่งๆ ตัวอย่างเช่น ลูกตุ้มที่เคลื่อนที่แกว่งไปมาตามรูปที่ 2.4

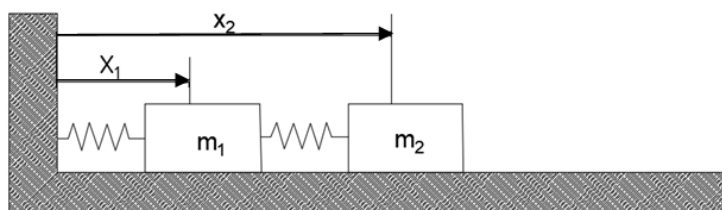
จากรูปที่ 2.4 เราจะพบว่า เราจะสามารถกำหนดตำแหน่งของตุ้มน้ำหนักด้วยมุม θ และระยะสูง y นั้นไม่เป็นอิสระต่อกันเพราะจะมีความสัมพันธ์ตามสมการ

$$y = l \cos \theta$$

เมื่อ l คือความยาวของเส้นเชือก ดังนั้นสำหรับตัวอย่างเราจะใช้ θ หรือ y เป็นค่าการกำหนดพิกัดก็ได้ แต่ควรใช้เพียงพิกัดใดพิกัดหนึ่งเท่านั้น และระบบจะเป็นระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่ง (1 DOF) หรือพิจารณาพล 2 มวล ที่เชื่อมต่อกันด้วยสปริงตามรูปที่ 2.5 จะเห็นว่าการกำหนดตำแหน่งของมวล m_1 และ m_2 ขณะเวลา ใดๆ ได้ ต้องใช้พิกัด 2 พิกัดคือ x_1 และ x_2 ดังนั้นระบบนี้จะเป็นระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระเท่ากับสอง (2 DOF)



รูปที่ 2.4 การแกว่งของลูกตุ้มอย่างง่าย

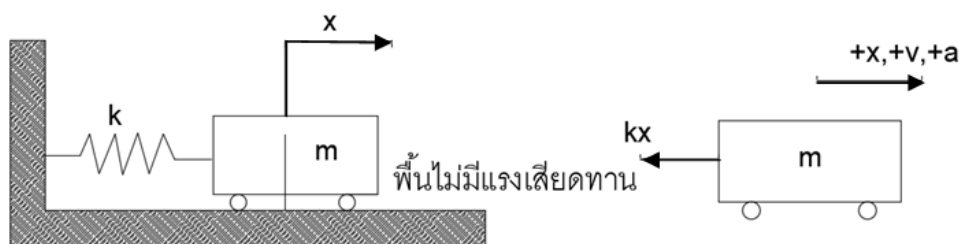


รูปที่ 2.5 ระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระเท่ากับสอง

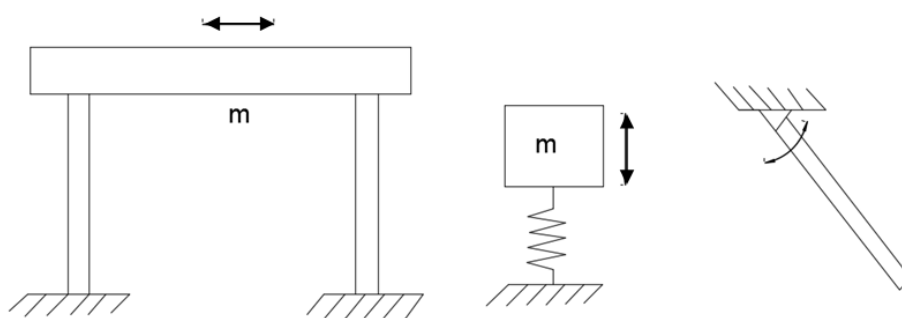
สำหรับโครงสร้างแบบง่ายที่จะใช้ในการอธิบายทฤษฎีพลศาสตร์เบื้องต้นคือระบบที่มีระดับขั้นความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่ง (Single-degree-of-freedom system, SDOF) ระบบนี้เป็นระบบพลวัตพื้นฐานซึ่งสามารถใช้ในการจำลองโครงสร้างที่ไม่ซับซ้อนจากรูปที่ 2.6 แสดงระบบจำลองมวลและสปริงซึ่งเป็นระบบที่ใช้แทนการสั่นของระบบที่เกิดการสั่นที่ง่ายที่สุดระบบดังกล่าวเป็นระบบที่มีลำดับขั้นความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่งเนื่องจากสามารถใช้พิกัดเพียงหนึ่งพิกัดก็เพียงพอที่จะกำหนดตำแหน่งของมวลที่เวลาใดๆซึ่งในรูปพิกัดที่ใช้คือ x โดยวัดจากจุดสมดุลสถิตของระบบ และถ้าหากไม่มีแรงจากภายนอกกระทำต่อระบบยกเว้นการรบกวนเบื้องต้นเพื่อจะทำให้ระบบเกิดการสั่นขึ้นการสั่นนั้นก็จะเป็นการสั่นอิสระนอกจากนั้นเนื่องจากสมมุติว่าระบบในรูปที่ 2.6 ไม่มีส่วนของระบบที่ทำให้เกิดการสูญเสียพลังงานในระหว่างการเคลื่อนที่เพราะเรากำหนดให้พื้นไม่มีแรงเสียดทานดังนั้นพลังงานของการเคลื่อนที่ที่จะคงที่ตลอดเวลา ระบบนี้เราจะเรียกระบบไม่มี ความหน่วง (Undamped System) ในทางปฏิบัติจริงๆแล้วระบบดังกล่าวจะไม่เกิดขึ้นยกเว้นในสุญญากาศเพราะจะต้องมีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากแรงเสียดทานบ้าง

ดังนั้นในระบบจริงขนาดของการสั่นอย่างอิสระนี้จากค่อยๆมีขนาดลดลงและระบบจะหยุดนิ่งในที่สุดเพราะเกิดการสูญเสียพลังงานในระหว่างการเคลื่อนที่การสั่นของระบบที่มีการสูญเสียพลังงานในระหว่างการเคลื่อนที่จะเรียกว่าการสั่นแบบอิสระแบบมีความหน่วง (Damped Free Variations) การศึกษาเรื่องการสั่นอิสระของระบบที่มีลำดับขั้นความอิสระเท่ากับหนึ่งทั้งแบบมีความหน่วงและไม่มี ความหน่วงจะเป็นพื้นฐานในการศึกษาเรื่องการสั่นทางวิศวกรรมเพื่อที่จะได้เข้าใจถึงการสั่นของระบบที่ซับซ้อนมากขึ้นต่อไปได้

การกำหนดว่าระบบเป็นระบบที่มีลำดับขั้นความเป็นอิสระเท่าหนึ่งหมายความว่าเราพิจารณามวลของระบบเป็นมวลที่มีลักษณะเป็นจุด (point mass) ซึ่งในความเป็นจริงแล้วระบบจะมีการกระจายของมวลไปทั่วทั้งระบบหากเราพิจารณามวลของระบบเป็นจุดนั้นเพื่อความง่ายของการพิจารณา รูปที่ 2.7 แสดงถึงการจำลองแบบของชิ้นส่วนทางกลหรือโครงสร้างให้เป็นระบบที่มีลำดับขั้นความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่ง



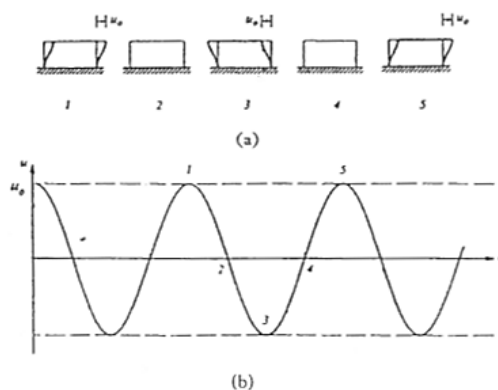
รูปที่ 2.6 ระบบที่มีลำดับชั้นความเป็นอิสระเท่ากับหนึ่ง



รูปที่ 2.7 การจำลองระบบจริงด้วยระบบมวล-สปริง

2.3.1.1.2 องค์ประกอบพื้นฐานของระบบพลวัต (Basic Components of Dynamic System)

พิจารณาระบบจำลองดังรูปที่ 2.8a เมื่อเริ่มเกิดการเคลื่อนที่เนื่องจากการจัดตั้งต้น x_0 ระบบจะพยายามเคลื่อนที่กลับเข้าหาสมดุลเนื่องจากแรงต้านการเสียรูปของเสา Resisting force ระบบจะจากนั้นระบบจะเคลื่อนที่ผ่านจุดสมดุลด้วยความเฉื่อย (inertia) จนกระทั่งเกิดแรงต้านการจัดจากเสา จากนั้นระบบจะเคลื่อนที่กลับไปกลับมา ด้านการเสียรูปในอีกทิศทางหนึ่งต่อเนื่องไม่สิ้นสุด หากไม่มีการสูญเสียพลังงานนอกระบบ การเคลื่อนที่ในลักษณะนี้เรียกว่า การเคลื่อนที่แบบ simple harmonic เส้นกราฟแสดงความสัมพันธ์ของการเคลื่อนที่ในรูปของระยะขจัดกับเวลา แสดงได้ดังรูปที่ 2.8b



รูปที่ 2.8 การเคลื่อนที่ของระบบ SDOF แบบ Simple Harmonic

อย่างไรก็ตามในการเคลื่อนที่ของระบบจริง จะมีการสูญเสียพลังงานของการสั่นไหวออกนอกระบบ คุณสมบัติในด้านการสลายพลังงานของระบบเรียกว่าความหน่วง (Damping force) ซึ่งทำให้ระยะแรงกระทำหยุดนิ่งที่จุดสมดุลในที่สุด การขจัดสูงสุดของการเคลื่อนที่ในแต่ละรอบลดลงด้านการเคลื่อนที่ที่เกิดขึ้นเนื่องจากความหน่วงเรียกว่าแรงหน่วง (Damping force)

จากแรงสำคัญทั้งสาม คือ แรงเฉื่อย แรงด้านการเสียรูป และ แรงหน่วง ที่กล่าวมานี้ เมื่อพิจารณาคุณสมบัติของโครงสร้างที่เป็นตัวกำหนดค่าแรงทั้งสามค่านี้ จะได้องค์ประกอบพื้นฐานสามชนิดของระบบพลวัตดังนี้

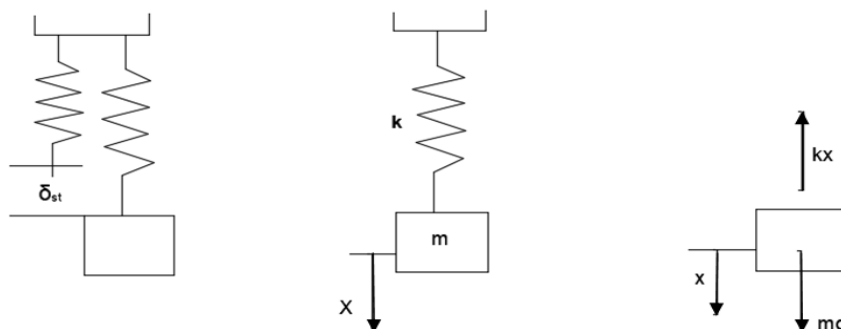
2.3.1.1.3 มวลและสปริง

ระบบในรูปที่ 2.6 เป็นการเคลื่อนที่ในแนวระนาบบนพื้นที่ไม่มีแรงเสียดทาน ดังนั้นแรงโน้มถ่วงจึงไม่มีผลต่อการเคลื่อนที่ของระบบในแนวราบ การพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งแรงโน้มถ่วงจะเข้ามามีส่วนเกี่ยวข้องกับการเคลื่อนที่ของระบบด้วย เริ่มต้นจากการพิจารณาสปริงที่ปลายด้านหนึ่งยึดติดกับที่รองรับ ส่วนอีกปลายด้านหนึ่งยึดติดกับมวล m ที่สามารถเคลื่อนที่ได้ในแนวดิ่ง ตามรูปที่ 2.9

ในการพิจารณาการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งขั้นแรกเมื่อไม่มีมวลแขวนกับสปริง สปริงก็ยังไม่เกิดการยืดหรือหดตัวขึ้นและเมื่อนำมวลมาติดไว้กับสปริงแล้วปล่อยให้ระบบเข้าสู่ภาวะสมดุล สปริงจะเกิดการยืดตัวหรือการขจัดขึ้นปริมาณหนึ่งเราเรียกตำแหน่งสมดุลนี้ว่าตำแหน่งสมดุลสถิต (Static Equilibrium) ดังแสดงในรูปที่ 2.9 ซึ่งตำแหน่งนี้แรงของสปริงจะสมดุลกับแรงเนื่องจากน้ำหนักของมวล เรากำหนดให้ δ_{st} เป็นการขจัดของสปริงเนื่องจากน้ำหนักของมวลหรือนิยมเรียกว่า การขจัดสถิต(Static Deflection) จะได้ว่า

$$W = mg = k\delta_{st} \quad (2.5)$$

เมื่อ g คือความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วง



รูปที่ 2.9 การเคลื่อนที่ของสปริงในแนวดิ่ง

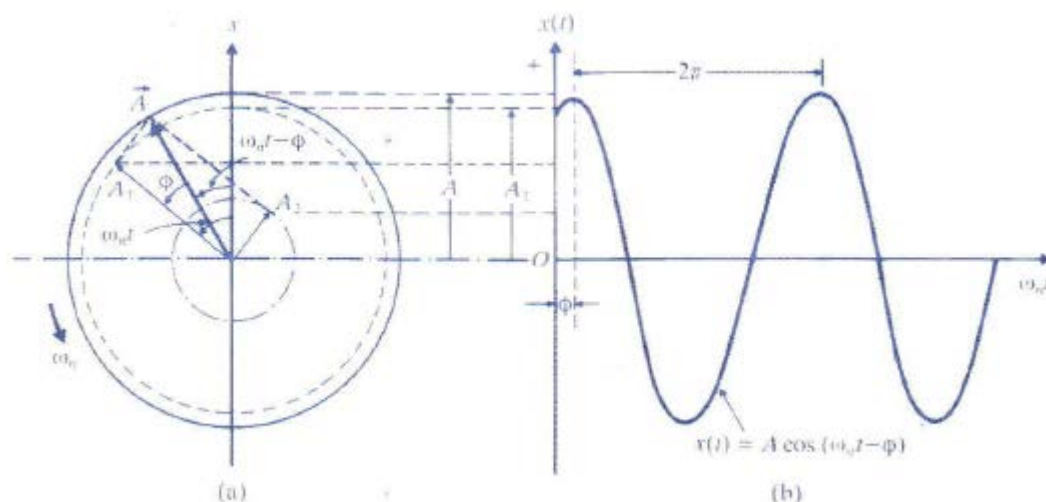
ภาวะตามสมการ (2.10) เป็นภาวะที่เกิดขึ้นเมื่อระบบอยู่ในสภาพสมดุลสถิต และการหาสมการการเคลื่อนที่ของระบบจะพิจารณาเทียบกับระยะที่อยู่สภาวะนี้ เราจะหาสมการการเคลื่อนที่โดยใช้กฎข้อสองของนิวตัน หากมวลเกิดการเคลื่อนที่ตามแผนภาพวัตถุอิสระใน รูปที่ 2.9 การยืดตัวของสปริงจากสภาพสมดุลสถิตจะเท่ากับ x จึงทำให้การยืดตัวของสปริงทั้งหมดที่เกิดขึ้นเท่ากับ $(x + \delta_{st})$ จากกฎข้อที่สองของนิวตันจะได้

$$m\ddot{x} = -k(x + \delta_{st}) + W$$

เมื่อจะได้สมการการเคลื่อนที่อยู่ในรูป

$$m\ddot{x} + kx = 0 \quad (2.6)$$

ซึ่งเราจะพบว่าสมการการเคลื่อนที่ของระบบมวล-สปริง ในแนวดิ่งจะมีรูปแบบเหมือนกับการเคลื่อนที่ในแนวระดับทุกประการ ซึ่งทำให้เรากล่าวได้ว่าเมื่อมวลเกิดการเคลื่อนที่ในแนวดิ่งเราสามารถตัดการพิจารณาน้ำหนักของมวลนั้นออกได้ เพราะน้ำหนักของมวลจะได้รับการชดเชยด้วยแรงที่เกิดจากการยืดตัวเข้าสู่สภาพสมดุลสถิตของสปริงแล้ว แต่อย่าลืมว่าการพิจารณาการจัดจะต้องพิจารณาจากจุดสมดุลสถิตของระบบ



รูปที่ 2.10 การเคลื่อนที่แบบฮาร์มอนิกส์ไม่มีความหน่วง

2.3.1.1.4 ความหน่วง (Damping)

2.3.1.1.4.1 ระบบที่มีความหน่วงด้วยความหนืด

ในการสั่นสะเทือนอย่างอิสระของระบบทางกลที่ไม่มีการหน่วงโดยไม่มีการสูญเสียพลังงาน จะพบว่าระบบนั้นจะสั่นด้วยความถี่ธรรมชาติค่าหนึ่งและมีแอมพลิจูดของการสั่นคงที่ การลดพลังงานในการสั่นลงจึงใช้ตัวหน่วง ซึ่งตัวหน่วง (damper) จะทำหน้าที่ดูดซับพลังงานออกจากระบบที่มีการสั่น ทำให้แอมพลิจูดของการสั่นค่อยๆ ลดลงและอาจหยุดสั่นในที่สุด และยังคงขึ้นอยู่กับ การเลือกขนาดของตัวหน่วงอย่างเหมาะสม

การหน่วงจะอาศัยการทำให้เกิดความเสียดทานอันเป็นผลจากการเคลื่อนที่ในของไหลที่เคลื่อนที่บนผิวสัมผัส ความหนืดซึ่งอาจเป็นของเหลวหรือแก๊สที่มีความเสียดทานและการทำให้เกิดความเสียดทานในเนื้อวัสดุของแข็งในขณะที่วัสดุเกิดการผิดรูป

การหน่วงด้วยความหนืดเป็นการหน่วงโดยอาศัยการเคลื่อนที่ของลูกสูบในกระบอกสูบที่บรรจุของไหล แรงเสียดทานที่ของไหลกระทำต่อผิวลูกสูบจะทำให้เกิดการหน่วงการเคลื่อนที่ สำหรับการเคลื่อนที่ด้วยความเร็วต่ำ พบว่าแรงหน่วงจะเป็นปฏิกิริยาโดยตรงกับความเร็วของระบบทางกลที่พิจารณา

$$F_d = -c\dot{x} \quad (2.7)$$

เมื่อ

F_d คือแรงหน่วงจากผลความหนืด

$\dot{x}$ คือความเร็วขณะใดขณะหนึ่งของระบบ

c คือค่าคงตัวการหน่วง(damping constant)

***เครื่องหมายลบ (-) จะแสดงถึงทิศทางของแรงหน่วง F_d ซึ่งตรงกันข้ามกับทิศการเคลื่อนที่ของระบบเสมอ และขึ้นอยู่กับความถี่ของการสั่นของระบบทางกลนั้น

2.3.1.1.4.2 ระบบที่มีความหน่วงภายใต้แรงกระทำแบบฮาร์โมนิกส์

ผลเฉลยของสมการนี้จะมีสองส่วนคือ ส่วนผลเฉลยเอกพันธ์ และส่วนปริพันธ์เฉพาะ ซึ่งส่วนที่เป็นผลเฉลยเอกพันธ์นี้จะเหมือนกับที่เราได้ศึกษามาแล้วในเรื่องการสั่นอิสระ และเนื่องจากการสั่นแบบอิสระแบบมีความหน่วงจะหายไปเมื่อระยะเวลาผ่านไปพอสมควร ดังนั้นจึงจะไม่ให้ความสนใจกับการสั่นชั่วคราวในส่วนนี้ จากนั้นหากพิจารณาผลเฉลยในส่วนของปริพันธ์เฉพาะซึ่งทำให้เกิดการสั่นอย่างคงตัวของระบบ โดยเราจะมองหาผลเฉลยตามลักษณะของฟังก์ชันของแรงที่กระทำ ดังนั้นในที่นี้เราจะมองหาผลเฉลยในรูป

$$x_p(t) = X \cos(\omega t + \phi) \quad (2.8)$$

เมื่อ x และ ϕ เป็นค่าคงที่ ซึ่งหมายความว่าเราได้มองหาผลตอบสนองของระบบต่อแรงกระทำนี้ด้วยการตอบสนองที่สอดคล้องไปกับแรงกระทำ แต่อาจมีมุมเฟสเปลี่ยนแปลงไปจากแรงที่กระทำบ้าง ซึ่งการมองหาผลเฉลยตามสมการ (2.9) ทำให้ได้ค่าความเร็วและความเร่งของการเคลื่อนที่เป็น

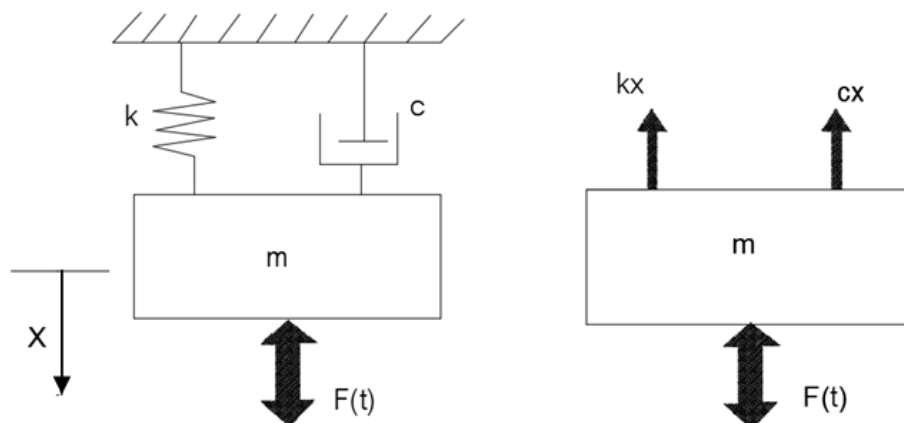
$$\dot{x} = -X \omega \sin(\omega t - \phi)$$

$$\ddot{x} = -X \omega^2 \cos(\omega t - \phi)$$

ตามลำดับ

2.3.1.2 สมการของการเคลื่อนที่

สมการของการเคลื่อนที่นี้คือสมการที่ใช้สำหรับอธิบายการเคลื่อนที่ของระบบ และคำตอบของสมการนี้ซึ่งเป็นค่าการขจัด $x(t)$ ความเร็ว $\dot{x}(t)$ และความเร่ง $\ddot{x}(t)$ ซึ่งขึ้นกับเวลาในระหว่างการเคลื่อนที่ t สำหรับระบบที่ไม่ซับซ้อน เช่นระบบที่มีระดับขึ้นความถี่เท่ากับหนึ่ง สามารถเขียนสมการของการเคลื่อนที่ได้โดยง่าย จากการพิจารณาสมดุลของแรงทั้งหมดที่กระทำต่อมวลดังรูปที่ 2.11



รูปที่ 2.11 ระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง ภายใต้แรงกระทำ

พิจารณาระบบมวล-สปริง-ตัวหน่วง ดังที่แสดงในรูปที่ 2.11 โดยมวลของระบบจะตกอยู่ภายใต้แรงกระทำ $f(t)$ จากแผนภาพวัตถุอิสระในรูปที่ 2.11 จากกฎการเคลื่อนที่ข้อที่ 2 ของนิวตัน เราจะได้สมการการเคลื่อนที่ของระบบนี้เป็น

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = F(t) \quad (2.9)$$

2.3.1.3 การสั่นสะเทือนแบบอิสระ

การสั่นสะเทือนแบบอิสระ (Free vibration) หมายถึงการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นเนื่องจากมีแรง หรือแรงบิดมารบกวนสถานะสมดุลในตอนแรกทำให้เริ่มสั่นสะเทือน แต่ขณะที่สั่นสะเทือนเป็นการสั่นอย่างอิสระ ไม่มีแรงหรือแรงบิดภายนอกใดมากระทำต่อระบบเลย ตัวอย่างของการสั่นสะเทือนแบบอิสระ ได้แก่ การสั่นของลูกตุ้มนาฬิกา การแกว่งของชิงช้า เป็นต้น (ในตัวอย่างเหล่านี้จะพิจารณาให้แรงต้านทานอากาศกระทำอยู่ตลอดเวลาที่วัตถุสั่นสะเทือนมีค่าน้อยและละไว้จากการวิเคราะห์) โดยสมการการเคลื่อนที่ของระบบการสั่นสะเทือนใดๆสามารถเขียนให้อยู่ในรูปอย่างง่ายได้ดังสมการ

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t) \quad (2.10)$$

โดยทางด้านซ้ายมือของสมการจะเป็นส่วนที่แสดงถึงลักษณะของระบบ ซึ่งประกอบด้วยข้อมูลของมวล ตัวหน่วงการสั่นสะเทือน และค่าคงที่ของสปริง ส่วนทางด้านขวามือจะแสดงถึงแรงภายนอกที่กระทำกับระบบ (หรือแรงบิด) สำหรับการสั่นอย่างอิสระ เนื่องจากไม่มีแรงภายนอกกระทำต่อระบบขณะสั่นทางด้านขวามือจึงมีค่าเป็นศูนย์ ดังนั้นสมการ (2.10) จะกลายเป็น

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.11)$$

2.3.1.3.1 การสั่นแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน (Free Vibration of Undamped SDOF System)

จากรูปแบบสมการของการสั่นอย่างอิสระในสมการที่ (2.11) หากไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนจะเขียนได้เป็น

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.12)$$

สมการเชิงอนุพันธ์ที่ (2.12) สามารถหาคำตอบได้เมื่อแทนค่าเริ่มต้นที่เวลา $t=0$

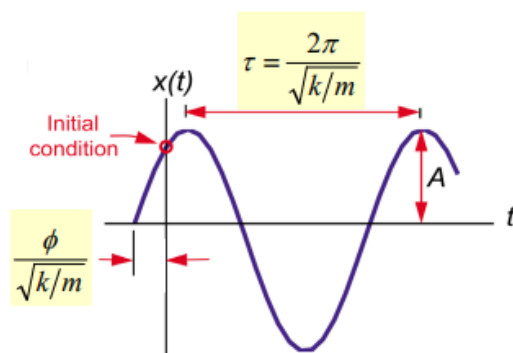
$$\text{ดังนั้น} \quad x(t) = A\cos\omega t + B\sin\omega t \quad (2.13)$$

$$\text{หรือ} \quad x(t) = A\sin(\omega t + \phi) \quad (2.14)$$

โดย A , B และ ϕ เป็นค่าคงที่ซึ่งได้จากเงื่อนไขค่าเริ่มต้น (initial condition) ของการสั่นสะเทือน

รูปที่ 2.12 แสดงกราฟการสั่นสะเทือนของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน ซึ่งเขียนตามรูปแบบสมการที่ (2.14) เนื่องจากรูปแบบของสมการเป็นฟังก์ชันไซน์ ดังนั้นการสั่นสะเทือนจะเกิดขึ้นตลอด โดยขนาดการสั่นสะเทือนจะมีค่าเท่ากับ A และจะไม่ลดลง ในทางกายภาพอาจอธิบายได้ว่า การไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนทำให้ไม่มีการสูญเสียพลังงานออกจากระบบ พลังงานการสั่นสะเทือนในระบบจึงคงที่ขนาดการสั่นจึงไม่ลดลง ส่วนตำแหน่งบนกราฟไซน์ที่แสดงจุดเริ่มต้นของการสั่นสะเทือนสัมพันธ์กับตัวแปร ϕ นอกจากนี้ยังจะเห็นว่าคาบการสั่นสะเทือน τ จะมีความสัมพันธ์กับค่าความแข็งสปริงและมวลดังสมการ

$$\tau = \frac{2\pi}{\sqrt{k/m}} \quad (2.15)$$



รูปที่ 2.12 กราฟการสั่นสะเทือนแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน

แต่จากที่คาบการสั่นสะเทือน τ มีความสัมพันธ์กับความถี่การสั่นสะเทือน f (frequency) และความเร็วเชิงมุมของการสั่น ω (angular velocity of the cyclic motion หรือ circular frequency) ดังสมการ

$$\tau = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega} \quad (2.16)$$

ดังนั้นจะได้ว่า
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.17)$$

จะเห็นว่าความเร็วเชิงมุมการสั่น ความถี่การสั่น หรือคาบการสั่นสะเทือนในกรณีการสั่นอย่างอิสระ นั้นจะขึ้นอยู่กับค่าความแข็งของสปริง k และมวล m ของระบบเท่านั้น ไม่ขึ้นกับสถานะเริ่มต้นของการสั่นสะเทือนเลย พิจารณาตัวอย่างระบบที่มีมวลและสปริงเพียงสองส่วนประกอบเท่านั้น ระบบนี้ก็จะมีความถี่การสั่นสะเทือนอยู่ค่าหนึ่งซึ่งสัมพันธ์กับค่าความแข็งสปริงและมวล ถึงแม้ว่าจะยืดสปริงหรือกดสปริงในตอนเริ่มต้นเพื่อปล่อยให้สปริงสั่นแตกต่างกันอย่างไร ระบบนี้ก็ยังคงสั่นด้วยความถี่เท่าเดิมซึ่งคำนวณได้ตามสมการที่ (2.23) เสมอไม่สามารถเปลี่ยนแปลงได้ เนื่องจากค่าความถี่นี้เป็นสมบัติของระบบการสั่นสะเทือนจึงเรียกความถี่นี้ว่า ความถี่ธรรมชาติ (natural frequency) และเขียนโดยใช้ตัวอักษร n ห้อยท้ายตัวแปรไว้ ดังนั้นสมการที่ (2.23) จึงอาจเขียนได้ว่า

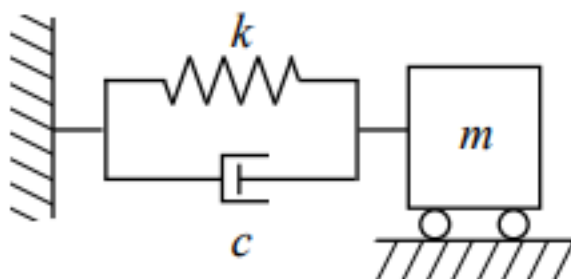
$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.18)$$

ค่า ω_n นี้เรียกว่า ความถี่ธรรมชาติเชิงมุม (Angular natural frequency) มีหน่วยเป็น เรเดียนต่อวินาที

และ
$$f_n = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.19)$$

จากที่กล่าวมาข้างต้น อาจสรุปการอธิบายความหมายของความถี่ธรรมชาติได้ว่า ความถี่ธรรมชาติเป็นความถี่การสั่นของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน ที่ปล่อยให้เกิดการสั่นอย่างอิสระ หรืออาจกล่าวอีกอย่างว่า ถ้าให้ระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือนสั่นอย่างอิสระแล้วระบบนั้นจะสั่นด้วยความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติ

2.3.1.3.2 การสั่นแบบอิสระของระบบที่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน (Free Vibration of Damped SDOF System)



รูปที่ 2.13 ระบบอย่างง่ายที่ประกอบด้วยมวล สปริง และตัวหน่วงการสั่นสะเทือน

จากการสั่นแบบอิสระของระบบที่ไม่มีตัวหน่วงการสั่นสะเทือน ซึ่งจะพบว่าในระบบเหล่านั้นขนาดของการสั่นสะเทือนจะมีขนาดคงที่ไม่ลดลง เนื่องจากการสูญเสียพลังงานในระบบเลย อย่างไรก็ตามในระบบจริงแล้ว จะมีการสูญเสียพลังงานเนื่องจากสาเหตุต่างๆ เช่น จากแรงเสียดทานแรงต้านทานการเคลื่อนที่ของของไหล การสูญเสียพลังงานในการเสียดรูปของวัสดุ เป็นต้น ดังนั้นการจำลองระบบการสั่นสะเทือนจึงมักจะต้องรวมตัวหน่วงการสั่นสะเทือนเข้าไปด้วย รูปที่ 2.13 แสดงระบบการสั่นสะเทือนอย่างง่าย ซึ่งประกอบด้วยมวล สปริง และตัวหน่วงการสั่นสะเทือน สมการการเคลื่อนที่ของระบบการสั่นสะเทือนนี้เป็นไปตามสมการที่ (2.11) ซึ่งถ้าหารด้วย m จะได้

$$\ddot{x} + 2\xi\omega_n\dot{x} + \omega_n^2x = 0 \quad (2.20)$$

โดยที่ค่า ω_n นิยามด้วยสมการที่ (2.22) และ ξ คือ อัตราส่วนความหน่วง (Damping ratio) เป็นค่าที่ไม่มีหน่วยและค่าเท่ากับ

$$\xi = \frac{c}{2m\omega_n} \quad (2.21)$$

คุณสมบัติความหน่วงของระบบเป็นตัวแปรที่ยากที่จะคำนวณหาได้ ค่าส่วนใหญ่จะต้องอาศัยการทดลองและการประมาณ โครงสร้างทางวิศวกรรมโยธาโดยทั่วไปมักจะมีค่า ξ น้อยมากคือไม่เกิน 0.15 (หรือ 15%) ตัวอย่างของค่า ξ โดยประมาณสำหรับโครงสร้างประเภทต่างๆแสดงไว้ในตารางที่ 2-2

ตารางที่ 2-2 ค่าอัตราส่วนความหน่วงสำหรับโครงสร้างประเภทต่างๆ

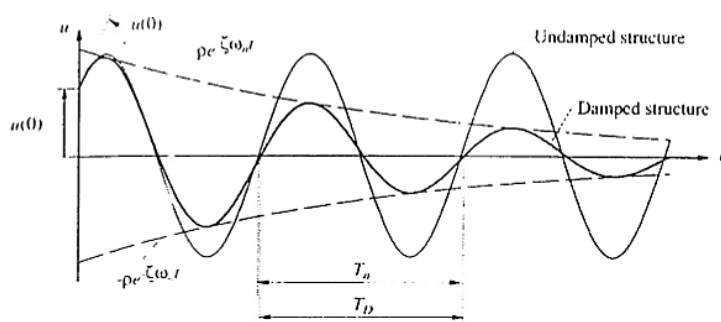
Type of Construction	...
Steel frame, welded connections, flexible walls	0.02
Steel frame, welded connections, normal floors, exterior cladding	0.05
Steel frame, bolted connections, normal floors, exterior cladding	0.10
Concrete frame, flexible internal walls	0.05
Concrete frame, flexible internal walls, exterior cladding	0.07
Concrete frame, concrete or masonry shear walls	0.10
Concrete or masonry shear walls	0.10
Wood frame and shear wall	0.15

คำตอบของสมการที่ (2.20) สามารถหาได้โดยวิธีสำหรับแก้สมการอนุพันธ์ ซึ่งคำตอบสำหรับค่า ξ ที่น้อยกว่า 1 ซึ่งสอดคล้องกับโครงสร้างทางวิศวกรรมโยธา คือ

$$x(t) = e^{-\xi_n t} \left[x(0) \cos \omega_D t + \frac{\dot{x}(0) + x(0) \xi \omega_n}{\omega_D} \sin \omega_D t \right] \quad (2.22)$$

โดยที่
$$\omega_D = \omega_n \sqrt{1 - \xi^2} \quad (2.23)$$

การเปรียบเทียบเพื่อศึกษาถึงผลของความหน่วงในโครงสร้าง อาจทำได้โดยการเขียนกราฟของสมการที่ (2.13) เปรียบเทียบกับสมการที่ (2.20) ได้ดังรูปที่ (2.14)

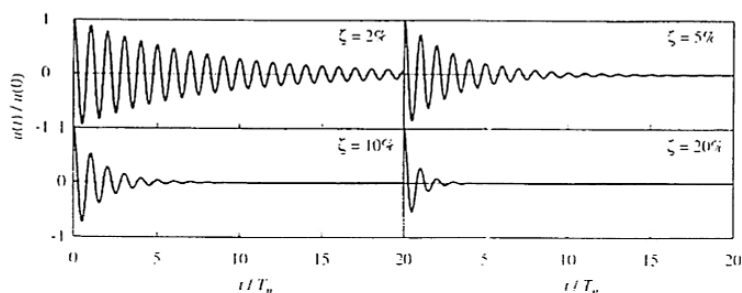


รูปที่ 2.14 ผลของความหน่วงต่อการสั่นแบบอิสระ

จะเห็นว่าสิ่งสำคัญที่ต่างกันคือ แอมพลิจูดของการสั่นที่มีความหน่วงจะไม่คงที่แต่มีค่าลดลงตามเวลาที่ผ่านไป อันเนื่องมาจากการสลายพลังงานของการเคลื่อนที่โดยตัวหน่วง ค่าแอมพลิจูดจะอยู่ในขอบเขตของค่า $\rho e^{-\xi\omega_n t}$ โดยที่

$$\rho = \sqrt{[x(0)]^2 + \left[\frac{\dot{x}(0) + x(0)\xi\omega_n}{\omega_n} \right]^2} \quad (2.24)$$

หากสังเกตการณ์สั่นแบบอิสระของระบบที่มีอัตราส่วนความหน่วงเท่ากับ 2%, 5% , 10% และ 20% เนื่องจากการขจัดเริ่มต้นเท่านั้น ซึ่งมีลักษณะเป็น (ความเร็วเริ่มต้นเท่ากับศูนย์) simple harmonic ที่มีแอมพลิจูดไม่คงที่ ดังแสดงในรูปที่ 2.17 จะเห็นได้ว่าค่าอัตราส่วนความหน่วงมีผลต่ออัตราการลดลงของแอมพลิจูด



รูปที่ 2.15 การสั่นแบบอิสระของระบบ SDOF ที่มี $\xi = 2\%, 5\%, 10\%$ และ 20%

2.3.1.4 การสั่นเนื่องจากแรงกระตุ้นแบบฮาร์มอนิก (Vibration due to Harmonic Excitation)

โดยทั่วไปการสั่นไหวของระบบมักเกิดเนื่องจากการถูกแรงภายนอกมากระตุ้น แรงกระตุ้นที่ต่อเนื่องและมีรูปแบบที่ซ้ำเดิมทุกๆคาบเวลาหนึ่ง เรียกว่า Periodic excitation เช่น แรงกระตุ้นแบบฮาร์มอนิก (Harmonic excitation) ซึ่งมีลักษณะเหมือนฟังก์ชัน sin หากแรงกระตุ้นมีลักษณะต่อเนื่องแต่มีรูปแบบไม่ซ้ำเดิมเรียกว่า Non-periodic excitation

หากแรงกระตุ้นมีลักษณะชั่วคราวไม่ต่อเนื่องเรียกว่า Transient excitation ซึ่งการสั่นของระบบระหว่างที่มีแรงกระทำอยู่เรียกว่า Forced vibration หลังจากแรงกระทำหยุดลง การสั่นของระบบจะเป็นการสั่นแบบอิสระ (Free vibration) แรงกระตุ้น ซึ่งมีความถี่เท่ากับความถี่ธรรมชาติของระบบเนื่องจากแผ่นดินไหวจัดว่าเป็น Transient excitation แบบหนึ่ง

การสั่นเนื่องจากแรงภายนอกแบบฮาร์มอนิกเป็นสิ่งสำคัญในการนำไปสู่การอธิบายการสั่นเนื่องจากแรงภายนอกแบบอื่นๆ รวมทั้งแรงเนื่องจากแผ่นดินไหว หากพิจารณาสมการการเคลื่อนที่ของระบบที่มีแรงกระทำในรูปของฟังก์ชัน sine ด้วยความถี่ ω และแอมพลิจูดของแรงเท่ากับ p_0

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = p_0 \sin \omega t \quad (2.25)$$

สมการที่ (2.25) มีคำตอบที่สามารถหาอยู่ในรูป

$$x(t) = e^{-\xi\omega_n t} \rho \cos(\omega_D t - \theta) + \frac{p_0}{k} R_d \sin(\omega t - \phi) \quad (2.26)$$

โดยที่ p มีค่าตามสมการที่ (2.24)

$$\theta = \tan^{-1} \left[\frac{\dot{x}(0) + X(0)\xi\omega_n}{\omega_D x(0)} \right] \quad (2.27)$$

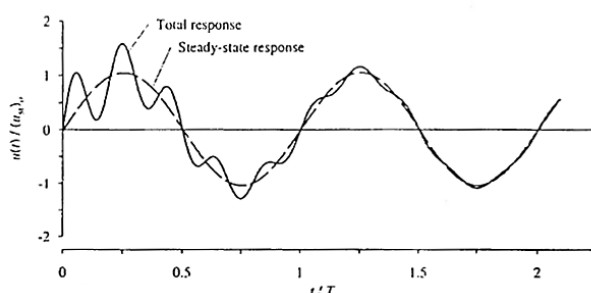
$(x_{st})_0 = \frac{p_0}{k}$ คือ การขจัดเนื่องจากแรง p_0 ที่กระทำแบบสถิต

R_d คือ อัตราส่วนของการตอบสนองเนื่องจากแรงพลวัตต่อการขจัดเนื่องจากแรง p_0 ที่กระทำแบบสถิตซึ่งเรียกว่า ตัวคูณขยายทางพลวัตของการขจัด (Displacement response) มีค่าเท่ากับ

$$R_d = \frac{1}{\sqrt{[1 - (\omega/\omega_n)^2]^2 + [2\xi\omega/\omega_n]^2}} \quad (2.28)$$

$$\phi = \tan^{-1} \left[\frac{2\xi\omega/\omega_n}{1 - (\omega/\omega_n)^2} \right] \quad (2.29)$$

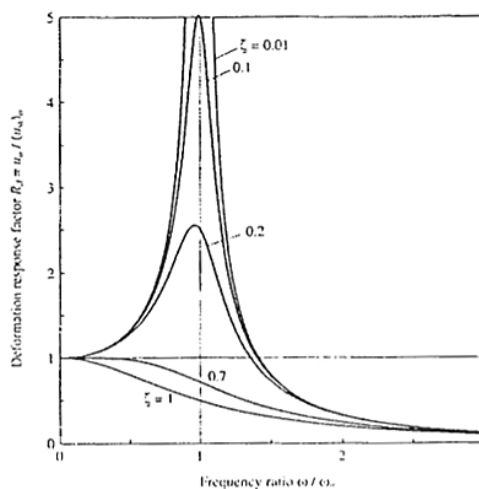
สมการที่ (2.26) ประกอบไปด้วย 2 พจน์ พจน์แรกเป็นการตอบสนองระยะสั้น (Transient response) ซึ่งจะถูกละเลยความหน่วงสลายพลังงานทำให้แอมพลิจูดลดลงจนหมดไปในที่สุดเมื่อเวลาผ่านไป พจน์ที่สองเป็นการตอบสนองคงที่ (Steady-state response) ซึ่งเกิดขึ้นตลอดเวลาช่วงที่มีแรงฮาร์มอนิกกระทำ ผลรวมของการตอบสนองทั้งสองส่วนได้ผลลัพธ์ ดังแสดงในรูปที่ 2.14



รูปที่ 2.16 การสั่นของระบบเนื่องจากแรงภายนอกแบบฮาร์มอนิก

จากรูปจะเห็นได้ว่า เมื่อเวลาผ่านไปการตอบสนองจะเข้าสู่ค่า steady-state response เป็นหลักเท่านั้น ดังนั้น การพิจารณาการสั่นในลักษณะนี้ จะมุ่งเน้นไปที่ค่าแอมพลิจูดของ steady-state response เป็นหลัก ซึ่งก็คือค่า $\frac{p_0}{k} R_d$ ในสมการที่ (2.26) ค่าของ R_d ดังสมการที่ (2.27) สามารถแสดงในรูป

ความสัมพันธ์กับอัตราส่วน ω/ω_n ได้ดังรูปที่ 2.15

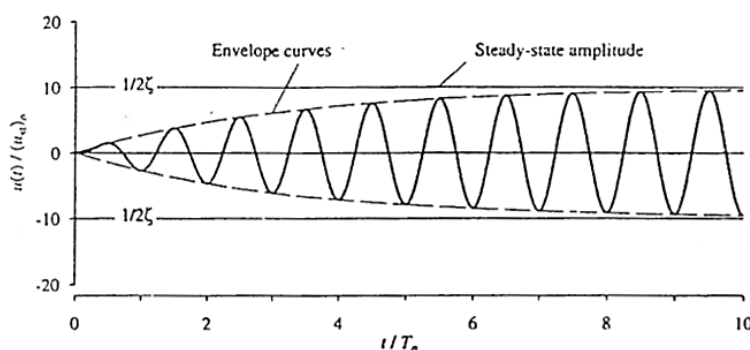


รูปที่ 2.17 ตัวคูณขยายทางพลวัตของการขจัด สำหรับการสั่นเนื่องจากแรงฮาร์มอนิก

เมื่อ ω / ω_n มีค่าน้อยมาก หรือแรงภายนอกมีความถี่ต่ำ R_d จะมีค่าประมาณ 1 ซึ่งหมายถึงการตอบสนองแรงพลวัตมีค่าใกล้เคียงการตอบสนองต่อแรงสถิตที่มีขนาดเท่ากับ P_0 ในทางตรงกันข้าม เมื่อ ω / ω_n มีค่ามาก หรือแรงภายนอกมีความถี่สูง R_d จะมีค่าเข้าสู่ศูนย์ หมายถึงการตอบสนองต่อแรงพลวัตมีค่าต่ำมากเมื่อเทียบกับการตอบสนองต่อแรงสถิตที่มีขนาดเท่ากับ P_0

หาก ω / ω_n มีค่าประมาณ 1 ซึ่งเป็นช่วงที่มีความสำคัญมาก เนื่องจาก R_d มีค่ามากกว่า 1 หลายเท่าซึ่งหมายถึงการตอบสนองต่อแรงพลวัตมีค่ามากหรือเกิดการสั่นไหวอย่างรุนแรง ปรากฏการณ์เช่นนี้เรียกว่าการสั่นพ้อง (Resonance) และอาจสังเกตได้ว่าค่าสูงสุดของ R_d ขึ้นอยู่กับค่า ζ ของระบบเป็นหลัก

อย่างไรก็ตาม แม้การตอบสนองต่อแรงพลวัตของ steady-state response มีค่าสูงกว่าการตอบสนองต่อแรงสถิตอย่างมากในช่วงที่ $\omega \approx \omega_n$ นั้น การที่ระบบจะสั่นจนถึงค่าสูงสุดนี้ได้จะต้องใช้เวลาให้แรงภายนอกกระทำต่อระบบอย่างสม่ำเสมอเป็นระยะเวลานานพอสมควร ซึ่งแสดงตัวอย่างลักษณะการขยายของแอมพลิจูดของการสั่นตามเวลา สำหรับระบบที่มี $\zeta = 0.05$ เมื่อเริ่มจากสภาพหยุดนิ่งได้ดังรูปที่ 2.20



รูปที่ 2.18 การสั่นของระบบที่มีค่า $\zeta = 0.05$ เนื่องจากแรงภายนอกแบบฮาร์มอนิก

2.3.2 ทฤษฎีการวิเคราะห์หน้าตัดภายใต้โมเมนต์ดัด

2.3.2.1 หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต

การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต เป็นการวิเคราะห์คอนกรีตอัดแรงในสถานการณ์ใช้งาน (service state) โดยมีสมมติฐานว่าคอนกรีตเป็นวัสดุยืดหยุ่นในสถานการณ์ใช้งาน ดังนั้นทฤษฎีที่ใช้ในการวิเคราะห์ คือ ทฤษฎีอีลาสติก สำหรับคอนกรีตอัดแรงนี้หลักการที่นิยมใช้ในการวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตในสถานการณ์ใช้งาน คือ หลักการรวมแรง หน่วยแรงในคอนกรีต σ_c ณ ตำแหน่งใดๆ ที่เกิดขึ้นจากการอัดแรง P มีระยะเยื้องศูนย์กลาง e และ โมเมนต์ภายนอก M จะหาได้จาก

$$\sigma_c = \frac{P}{A} \pm \frac{Pey}{I} \pm \frac{My}{I} \quad (2.30)$$

โดยที่ A คือ พื้นที่หน้าตัดคอนกรีต

I คือ โมเมนต์อินเนอร์เซียของหน้าตัดคอนกรีต

y คือ ระยะระหว่างตำแหน่งบนหน้าตัดคอนกรีตที่พิจารณากับแนวแกนสะเทิน

สำหรับเครื่องหมายที่ใช้ในการคำนวณหน่วยแรงในคอนกรีตนี้ เนื่องจากคอนกรีตมีคุณสมบัติในการรับแรงอัดได้ดี และหน่วยแรงที่เกิดขึ้นบนคอนกรีตมักพิจารณาความสามารถในการรับแรงอัดเป็นหลัก ดังนั้นการคำนวณในหนังสือเล่มนี้จะใช้เครื่องหมาย (+) สำหรับหน่วยแรงอัดในคอนกรีตและใช้เครื่องหมาย (-) สำหรับหน่วยแรงดึงในคอนกรีต

การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตในสถานการณ์ใช้งานนี้ การวิเคราะห์ยังแบ่งเป็น 2 ขั้นตอน คือ การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะถ่ายแรง (Transfer stage) และขณะรับน้ำหนักบรรทุก (Working stage)

2.3.2.1.1 การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะถ่ายแรง

การวิเคราะห์ในขั้นตอนนี้ จะพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตทันทีที่ถ่ายแรงจากเหล็กเสริมอัดแรงสู่คอนกรีต ซึ่งแรงอัดที่ใช้คำนวณในขั้นตอนนี้จะเป็นแรงที่หักลบการสูญเสียแรงดึงในเหล็กเสริมที่เกิดขึ้นทันทีทันใด P_i และโมเมนต์ที่นำมาคำนวณเป็นโมเมนต์ที่เกิดจากน้ำหนักตัวเอง M_G เท่านั้น เพราะขณะที่ทำการถ่ายแรงยังไม่มีน้ำหนักบรรทุกจากภายนอกกระทำ ดังนั้นสมการที่ใช้ในการคำนวณหน่วยแรงในคอนกรีตที่เกิดขึ้นที่ขั้นตอนนี้ คือ

$$\sigma_c = \frac{P_i}{A} \pm \frac{P_i e y}{I} \pm \frac{M_G e y}{I} \quad (2.31)$$

2.3.2.1.2 การวิเคราะห์หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตขณะรับน้ำหนักบรรทุก

ขั้นตอนนี้จะพิจารณาหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีต ขณะที่มียาน้ำหนักบรรทุกภายนอกกระทำ แรงอัดที่ใช้ในการคำนวณเป็นแรงที่หักลบการสูญเสียแรงดึงที่เกิดขึ้นทั้งหมด (ทั้งจากการสูญเสียแรงดึงที่เกิดขึ้นทันทีทันใด และที่เกิดขึ้นตามเวลา) P_e แรงนี้เรียกว่าแรงอัดประสิทธิภาพ (effective prestressing force) และโมเมนต์ที่นำมาคำนวณเป็นโมเมนต์ที่เกิดจากน้ำหนักบรรทุกทั้งหมด (รวมน้ำหนักตัวเองด้วย) M_T ดังนั้นสมการที่ใช้ในการคำนวณหน่วยแรงในคอนกรีตที่เกิดขึ้นในขั้นตอนนี้ คือ

$$\sigma_c = \frac{P_e}{A} \pm \frac{P_e e y}{I} \pm \frac{M_T e y}{I} \quad (2.32)$$

2.3.2.2 หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรง

การวัดหน่วยแรงที่เกิดขึ้นในเหล็กเสริมอัดแรงในคอนกรีตอัดแรง กระทำขณะทำการดึงเหล็กเสริมอัดแรง และหลังจากนั้นจะมีการสูญเสียแรงดึงในเหล็กเสริม เนื่องจากสาเหตุต่างๆตามที่ได้กล่าวมาแล้วข้างต้น และเมื่อมียาน้ำหนักบรรทุกมากระทำเพิ่มเติมหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงก็จะมีเปลี่ยนแปลงอีกเล็กน้อยเนื่องจากการโก่งตัวขององค์อาคารนั้นๆ ในหัวข้อนี้จะพิจารณาถึงการเปลี่ยนแปลงหน่วยแรงในเหล็กเสริมอัดแรงที่เกิดจากการโก่งตัวของคานเนื่องจากน้ำหนักบรรทุกเพิ่มเติมในช่วงสถานะการใช้งานโดยที่คอนกรีตยังไม่เกิดการแตกร้าว

ในคอนกรีตอัดแรงระบบมีการยึดเหนี่ยว เหล็กเสริมอัดแรงและคอนกรีตที่อยู่โดยรอบจะมีแรงยึดเหนี่ยวระหว่างผิวเกิดขึ้น ทำให้ค่าการเปลี่ยนแปลงหน่วยการยืดหดตัวที่เกิดขึ้นบนเหล็กเสริมอัดแรง $\Delta\epsilon_s$ และค่าการเปลี่ยนแปลงหน่วยการยืดหดตัวของคอนกรีต $\Delta\epsilon_c$ ที่อยู่โดยรอบเท่ากัน การคำนวณหน่วยแรงที่เปลี่ยนไปของเหล็กเสริมอัดแรงเนื่องจากการโก่งตัวสามารถคำนวณได้จากทฤษฎีอิลาสติกดังนี้

$$\begin{aligned}\Delta\epsilon_s &= \Delta\sigma_c \\ \frac{\Delta\sigma_s}{E_s} &= \frac{\Delta\sigma_c}{E_s} \\ \Delta\sigma_s &= \frac{E_s}{E_c} \Delta\sigma_c = n\Delta\sigma_c = n \frac{My}{I}\end{aligned}\quad (2.33)$$

จากสมการที่ (2.33) จะเห็นว่าหน่วยแรงดึงที่เปลี่ยนไปของเหล็กอัดแรงจะมากหรือน้อยขึ้นอยู่กับค่าโมเมนต์ M สำหรับคานช่วงเดียวโมเมนต์ที่กึ่งกลางช่วงคานมีค่ามากที่สุด ดังนั้นหน่วยแรงที่เปลี่ยนไปของเหล็กเสริมอัดแรงจะเปลี่ยนไปมากที่สุดที่กึ่งกลางช่วงคานและค่อยๆ เปลี่ยนแปลงน้อยลงจนไม่มีการเปลี่ยนแปลงเลยที่หน้าตัดบริเวณที่รองรับ

2.3.2.3 กำลังประลัยของคอนกรีตอัดแรง

สิ่งสำคัญที่สุดในการออกแบบ คือ กำลังที่โครงสร้างสามารถรับได้จะต้องได้รับการออกแบบให้เพียงพอ เพราะถ้าโครงสร้างเกิดวิบัติเนื่องจากกำลังที่ไม่เพียงพอ ผลเสียหายที่ตามมาจะรุนแรงและค่าใช้จ่ายของความเสียหายก็สูงมาก ดังนั้นความน่าจะเป็นที่จะเกิดวิบัติเนื่องจากกำลังที่ไม่เพียงพอต้องทำให้มีโอกาสน้อยที่สุด ทั้งนี้ควรพิจารณาาร่วมกันไปกับค่าใช้จ่ายที่เหมาะสมด้วย เพราะกำลังที่เพิ่มขึ้นหมายถึงค่าใช้จ่ายที่สูงขึ้นตาม

การออกแบบให้หน่วยแรงที่เกิดขึ้นในคอนกรีตและในเหล็กน้อยกว่าหน่วยแรงที่ยอมให้ที่กำหนดไว้ในสถานะการใช้งานก็ไม่ได้หมายถึง ความปลอดภัยอย่างเพียงพอที่แท้จริงของโครงสร้างต่อการรับกำลัง ดังนั้นมีความจำเป็นต้องตรวจสอบกำลังที่สถานะประลัย เพื่อให้แน่ใจว่าโครงสร้างมีความสามารถในการรับกำลังได้อย่างเหมาะสม

2.3.2.3.1 สมมติฐานการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดประลัย

สมมติฐานที่ใช้ในการคำนวณหาโมเมนต์ดัดประลัยขององค์อาคารที่ใช้อยู่ทั่วไปมีดังนี้

1. การกระจายของหน่วยการยืดหดตัวในคอนกรีตและเหล็กเสริมเป็นเส้นตรง กล่าวคือ หน่วยการยืดหดตัวในคอนกรีตและเหล็กเสริม เป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางจากแนวแกนสะเทิน

2.คอนกรีตไม่รับแรงดึง หรือกล่าวอีกอย่างหนึ่งก็คือ กำลังในการรับแรงดึงของคอนกรีตไม่ถูกนำมาพิจารณาในการคำนวณ

3.ที่สถานะประลัย หน่วยการหัดตัวของคอนกรีตที่ผิวด้านรับแรงอัดมีค่าเท่ากับ 0.003

พฤติกรรมของคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัยคล้ายกับคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป หลักการที่นำมาใช้ในการวิเคราะห์กำลังอัดประลัยของคาน คือ หลักการแรงคู่ควบภายใน ในช่วงสถานะการใช้งานก่อนที่คอนกรีตเกิดการแตกร้าว คอนกรีตอัดแรงจะแตกต่างจากคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไปตรงที่ในคอนกรีตอัดแรง แรงคู่ควบ C-T จะมีค่าคงที่แม้ว่าโมเมนต์ภายนอกเพิ่มขึ้น แต่แกนของโมเมนต์คู่ควบมีค่ามากขึ้นตามโมเมนต์ภายนอกที่เพิ่มขึ้น เมื่อคานรับน้ำหนักภายนอกเพิ่มขึ้นมากเรื่อยๆ จนเลยช่วงสถานะการใช้งาน การแตกร้าวของคอนกรีตจะเกิดขึ้น ตอนนั้นแกนของโมเมนต์คู่ควบมีค่าค่อนข้างคงที่เหมือนคอนกรีตเสริมเหล็กทั่วไป ดังนั้นเมื่อโมเมนต์ภายนอกเพิ่มขึ้นต่อไป แรงคู่ควบ C-T จะมีค่าเพิ่มขึ้นซึ่งหมายความว่า หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงจะเริ่มเพิ่มขึ้นและหน่วยแรงอัดในคอนกรีตจะเพิ่มขึ้นจนความสัมพันธ์ของหน่วยแรงอัดกับหน่วยการหัดตัวของคอนกรีตไม่เป็นเส้นตรงอีกต่อไป จนกระทั่งเมื่อโมเมนต์ภายนอกมีค่าเท่ากับ โมเมนต์ดัดประลัย คานก็ถึงจุดวิบัติ

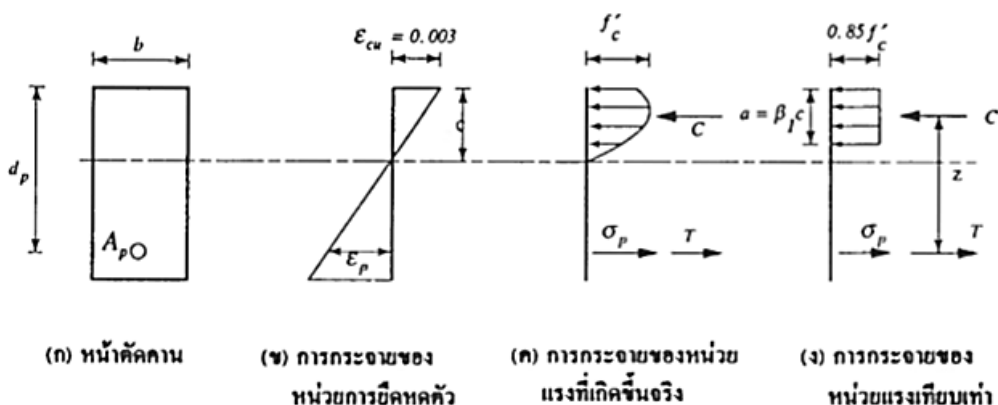
การวิบัติจะเกิดขึ้นเมื่อคอนกรีตเกิดการอัดระเบิด (crushing) มาตรฐาน ASCI และ ว.ศ.ทได้กำหนดหน่วยการหัดตัวของคอนกรีต ที่ผิวด้านรับแรงอัดมีค่าเท่ากับ 0.003 ที่สถานะประลัย การวิบัติขององค์อาคารแบ่งเป็น 2 ประเภท คือ การวิบัติเนื่องจากแรงดึงเป็นหลัก (tension failure) และการวิบัติเนื่องจากแรงอัดเป็นหลัก (compression failure) การวิบัติเนื่องจากแรงดึงเป็นหลักเริ่มต้นโดยการที่การยืดตัวของเหล็ก (compression failure) การวิบัติเนื่องจากแรงดึงเป็นหลักเริ่มต้นโดยการที่การยืดตัวของเหล็กเสริมมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างมาก (การครากของเหล็กที่เกิดขึ้น) และวิบัติในที่สุดเมื่อคอนกรีตอัดระเบิด ($\epsilon_c = 0.003$) การวิบัติเนื่องจากแรงดึงเป็นหลักนี้เกิดขึ้นเมื่อปริมาณเหล็กเสริมน้อยกว่าเกณฑ์สมดุล (under-reinforcement) ส่วนการวิบัติเนื่องจากแรงอัดเป็นหลัก คอนกรีตจะอัดระเบิด ($\epsilon_c = 0.003$) ขณะที่เหล็กเสริมยังมีถึงจุดคราก ดังนั้นการวิบัติเนื่องจากแรงอัดเป็นหลักนี้ องค์อาคารจะวิบัติขณะที่การโก่งตัวยังมีน้อยเพราะเหล็กเสริมก็ยังยืดไม่มาก การวิบัติชนิดนี้จึงมีลักษณะเปราะ (brittle) และเกิดขึ้นเมื่อปริมาณเหล็กเสริมมากกว่าเกณฑ์สมดุล (over-reinforcement)

2.3.2.3.2 การกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตเทียบเท่าเป็นรูปสี่เหลี่ยม

การกระจายของหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัยแสดงไว้ดังรูปที่ 2.19 ที่สถานะประลัยความสัมพันธ์ของหน่วยแรงกับหน่วยการยืดหดตัวไม่เป็นเส้นตรง ดังนั้นจะเห็นว่าในขณะที่การกระจายของหน่วยการยืดหดตัวเป็นเส้นตรงและเป็นสัดส่วนโดยตรงกับระยะทางจากแนวแกนสะเทินดังรูปที่ 2.19 แรงอัดในคอนกรีตที่อยู่เหนือแนวแกนการกระจายของหน่วย (ข) สะเทินจะมีลักษณะเป็นเส้นโค้งดังรูปที่ 2.19 การกระจาย เพื่อให้การคำนวณกระทำได้ง่ายขึ้น (ค) แรงอัดในคอนกรีตที่มีลักษณะเป็น โค้งของหน่วยจึงถูกแทนที่โดยการกระจายของหน่วยแรงอัดเทียบเท่าเป็นรูปสี่เหลี่ยมดังรูปที่ 2.19 ใช้หลักการของการที่แรงอัดลัพธ์ หลี่ยมที่เทียบเท่านี้รูปสี่ (ง) C ในคอนกรีตจะต้องมีค่าเท่าเดิม และตำแหน่งของแรงอัดลัพธ์ C ต้องอยู่ในตำแหน่งเดิม ดังนั้นพื้นที่ภายในรูปสี่เหลี่ยมของรูปที่ 2.19 จึงต้องมีพื้นที่ภายในรูปโค้งของรูปที่ 2.19 และตำแหน่งของ เซ็นทรอยด์ (ค) มาตรฐานของพื้นที่ทั้งสองต้องอยู่ที่ระดับเดียวกัน สำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรง ของ ว.ส.ท ปี .2537 กำหนดให้ความกว้างของหน่วยแรงอัดรูปสี่เหลี่ยมเทียบเท่ามีค่าเท่ากับ $0.85 f'_c$ และความสูงของรูปสี่เหลี่ยม a มีค่าเท่ากับ $\beta_1 c$ ดังรูปที่ 2.19 โดยที่ (ง) c เป็นระยะตั้งฉากจากแนวแกนสะเทินถึงผิวของคอนกรีตที่รับแรงอัดและค่า β_1 เป็นตัวแปรที่หาได้จาก

$$\beta_1 = 0.85 \quad \text{เมื่อ} \quad f'_c \leq 300 \text{ กก./ซม.}^2 \quad (2.34)$$

$$\beta_1 = 0.85 - 0.0008(f'_c - 300) \geq 0.65 \quad \text{เมื่อ} \quad f'_c \leq 300 \text{ กก./ซม.}^2 \quad (2.35)$$



รูปที่ 2.19 การกระจายของหน่วยการยืดหดตัวและหน่วยแรงที่สถานะประลัย

2.3.2.3.3 หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่สถานะประลัย

การออกแบบคอนกรีตอัดแรงที่สถานะประลัย ต้องออกแบบให้การวิบัติเกิดขึ้นในลักษณะแรงดึงเป็นหลัก เพราะการวิบัติชนิดนี้จะเกิดขึ้นหลังจากมีการยืดตัวเกินจุดครากไปแล้ว องค์อาคารจะมีการโค้งตัวมากก่อนเกิดการวิบัติซึ่งการวิบัติลักษณะเช่นนี้มีความเหนียว (ductility)

การออกแบบให้เกิดการวิบัติชนิดแรงดึงเป็นหลัก ปริมาณเหล็กเสริมอัดแรงจะต้องมีค่าน้อยกว่าเกณฑ์สมดุล การคำนวณหาปริมาณเหล็กพอดีเกณฑ์สมดุลไม่สามารถทำได้โดยตรง เพราะไม่สามารถกำหนดจุดครากที่แน่นอนของเหล็กเสริมอัดแรงได้

มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ ว.ส.ท ปี .2537 ได้กำหนดพิสัยของเหล็กเสริมในคอนกรีตอัดแรง เพื่อที่จะให้แน่ใจว่าปริมาณเหล็กเสริมในคอนกรีตอัดแรงน้อยกว่าเกณฑ์สมดุล ไว้ดังต่อไปนี้

$$\omega_p$$

$$\omega_p + (\omega - \omega') \frac{d}{d_p} \leq 0.36\beta_1 \quad (2.36)$$

$$\omega_{pw} + \left(\omega_w - \omega'_w \frac{d}{d_p} \right)$$

- โดยที่ ω_p คือ ดัชนีเหล็กเสริมอัดแรง $= \rho_p f_{ps} / f'_c$
- ω คือ ดัชนีเหล็กเสริมธรรมดารับแรงดึง $= \rho_p f_y / f'_c$
- ω' คือ ดัชนีเหล็กเสริมธรรมดารับแรงอัด $= \rho' f_y / f'_c$
- ρ_p คือ อัตราส่วนของเหล็กเสริมอัดแรง $= A_{ps} / bd_p$
- ρ คือ อัตราส่วนของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงดึง $= A_s / bd$
- ρ' คือ อัตราส่วนของเหล็กเสริมธรรมดาที่รับแรงอัด $= A'_s / bd$
- d_p คือ ระยะจากผิวที่เกิดหน่วยแรงอัดมากที่สุด ถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมอัดแรง, ซม.
- d คือ ระยะจากผิวที่เกิดหน่วยแรงอัดมากที่สุด ถึงจุดศูนย์ถ่วงของเหล็กเสริมธรรมดาที่แรงดึง, ซม.
- b คือ ความกว้างของคาน, ซม.
- A_{ps} คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมอัดแรง, ซม².
- A_s คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมธรรมดาที่แรงดึง, ซม².
- A'_s คือ พื้นที่หน้าตัดของเหล็กเสริมธรรมดาที่แรงอัด, ซม².
- f_{ps} คือ หน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรงที่สภาวะวิบัติ, กก².ซม/.
- f_y คือ กำลังครากของเหล็กเสริมธรรมดา, กก².ซม/.
- $\omega_{pw}, \omega_w, \omega'$ คือ ดัชนีเหล็กเสริมสำหรับหน้าตัดคานที่มีปีก เช่น รูปตัว T และ I คำนวณเช่นเดียวกับ ω_{pw}, ω_w และ ω' ตามลำดับ แต่ความกว้าง b ที่ใช้เป็นความกว้างของตัวแกนและปริมาณเหล็กเสริมต้องเป็นส่วนที่ทำให้เกิดหน่วยแรงอัดในตัวแกนเท่านั้น

สำหรับค่า f_{ps} คือหน่วยแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง ณ สถานะประลัย โดย f_{ps} สามารถคำนวณได้โดยใช้พื้นฐานของความสอดคล้องของหน่วยการยืดหดตัว ในกรณีที่หน่วยแรงดึงประสิทธิผลมีค่าไม่น้อยกว่า $0.5 f_{pu}$ สามารถใช้ค่า f_{ps} โดยปริมาณดังต่อไปนี้

1. สำหรับองค์อาคารที่เสริมเหล็กอัดแรงชนิดยึดเหนี่ยว (bonded tendon)

$$f_{ps} = f_{pu} \left\{ 1 - \frac{r_p}{\beta_1} \left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_p} (\omega - \omega') \right] \right\} \quad (2.37)$$

โดยที่ r_p คือตัวคูณที่คำนึงถึงระดับกำลังครากของเหล็กเสริมอัดแรง มีค่าดังนี้

$$0.40 \quad \text{เมื่อ} \quad 0.85 \leq \frac{f_{py}}{f_{pu}} < 0.90$$

$$0.28 \quad \text{เมื่อ} \quad \frac{f_{py}}{f_{pu}} \geq 0.90$$

f_{pu} คือหน่วยแรงดึงประลัยในเหล็กเสริมอัดแรง, กก/ซม²

เมื่อมีเหล็กเสริมธรรมดาระับแรงอัดในการคำนวณ f_{ps} ในสมการที่ (2.37) หมายถึงถ้าการคำนวณสมการที่ (2.37) มีพจน์ของ ω' ร่วมอยู่ด้วยค่าต่อไปนี้จะต้องเป็นไปตามสมการที่ (2.38)

และ(2.40)

$$\left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_w} (\omega - \omega') \right] \geq 0.17 \quad (2.38)$$

และ

$$d' \leq 0.15d_p \quad (2.39)$$

ถ้า $\left[\rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} + \frac{d}{d_w} (\omega - \omega') \right] < 0.17$ การคำนวณหา f_{ps} ในสมการที่ (2.37) ให้แทนค่า

ω' ด้วยศูนย์

2. สำหรับองค์อาคารที่เสริมเหล็กอัดแรงชนิดไม่ยึดเหนี่ยว (unbonded tendon) และ

อัตราส่วนความยาวช่วงต่อความลึกไม่เกิน 35

$$f_{ps} = f_{se} + 700 + \frac{f'_c}{100\rho_p} \quad (2.40)$$

โดยที่ f_{se} คือ หน่วยแรงดึงประสิทธิผลของเหล็กเสริมอัดแรง, กก/ซม²

2.3.2.3.4 โมเมนต์ดัดประลัย

โมเมนต์ดัดประลัยของคานคอนกรีตอัดแรงหาได้จากโมเมนต์ของแรงคู่ควบ C-T ที่สถานะประลัยซึ่งที่สถานะประลัยนี้แรงอัดลัพท์ในคอนกรีต C หาได้จากการกระจายของหน่วยแรงอัดในคอนกรีตเทียบเท่าเป็นรูปสี่เหลี่ยม และแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง T หาได้จาก $T = A_{ps} f_{ps}$ โดยที่ f_{ps} หาได้จากสมการที่เสนอโดยมาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ

ว.ศ.ท ปี .2537 และปริมาณเหล็กเสริมจะต้องน้อยกว่าเกณฑ์สมดุลกล่าวคือ จะต้องสอดคล้องกับสมการที่ (2.36)

$$\text{จากรูปที่ 2.21 จะได้ว่า} \quad c = 0.85 f'_c ab \quad (2.41)$$

$$T = A_{ps} f_{ps}$$

เนื่องจากแรงอัดลัพท์ในคอนกรีต C จะต้องเท่ากับแรงดึงในเหล็กเสริมอัดแรง T ดังนั้น

$$C = T$$

$$0.85 f'_c ab = A_{ps} f_{ps}$$

$$a = \frac{A_{ps} f_{ps}}{0.85 f'_c b} \quad (2.42)$$

โมเมนต์ดัดประลัยของหน้าตัดหรือบางที่เรียกว่า กำลังระบุของโมเมนต์ (nominal strength) M_n สามารถหาได้จาก

$$M_n = C \cdot z = T \cdot z = C \left(d_p - \frac{a}{2} \right) = T \left(d_p - \frac{a}{2} \right) \quad (2.43)$$

มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ ว.ศ.ท ปี .2537 ได้เสนอตัวคูณลดกำลัง (strength reduction factor) ϕ กำลังที่ออกแบบของโมเมนต์ (design strength) ϕM_n จะต้องมีความมากกว่าหรือเท่ากับกำลังที่ต้องการ (equired strength) M_u ดังแสดงไว้ในสมการที่ (2.44)

$$\phi M_n \geq M_u \quad (2.44)$$

โดยที่ $\phi = 0.9$

นอกจากนี้มาตรฐานสำหรับอาคารคอนกรีตอัดแรงของ ว.ศ.ท ปี .2537 ได้กำหนดให้กำลังออกแบบที่โมเมนต์ ϕM_n ต้องไม่น้อยกว่า 1.2 เท่า ของโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าว ทั้งนี้ก็เพื่อป้องกันการวิบัติแบบทันทีทันใดหลังจากเกิดการแตกร้าว เพราะการโก่งตัวขององค์อาคารจะเกิดมากขึ้นหลังจากมีการแตกร้าวเกิดขึ้น โดยปกติต้องออกแบบให้องค์อาคารโก่งตัวให้มากพอเพื่อเป็นสัญญาณเตือนให้รู้ก่อนที่จะเกิดการวิบัติ ดังนั้น โมเมนต์ดัดประลัยควรมีค่ามากกว่าโมเมนต์ที่ทำให้คอนกรีตเริ่มแตกร้าวให้เพียงพอ

$$\phi M_n \geq 1.2 M_{cr} \quad (2.45)$$

โดยที่ M_{cr} คำนวณจากการให้โมดูลัสของการแตกหักของคอนกรีต $f_{cr} = 2.0 \sqrt{f'_c}$

บทที่ 3

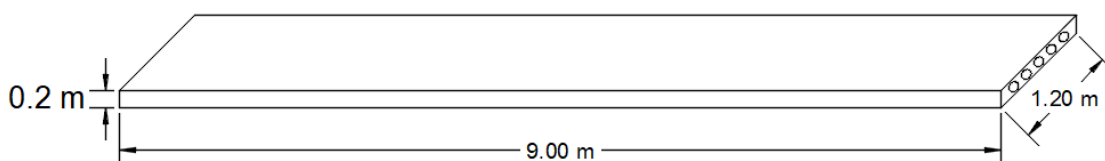
การดำเนินการงานวิจัย

3.1 แผ่นพื้นที่ใช้ในการศึกษา

แผ่นพื้นที่ใช้ในการศึกษานี้ เป็นแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวงตามมาตรฐาน CPAC HOLLOW CORE ที่รับน้ำหนักบรรทุกจรเท่ากับ $400 \text{ kg} / \text{m}^2$ โดยมีความยาวเท่ากับ 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร 12 เมตร และ 13 เมตร

3.1.1 ลักษณะของแผ่นพื้น

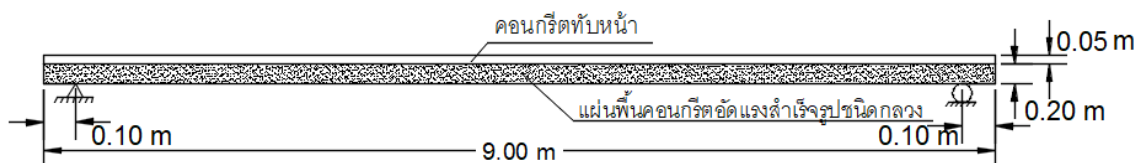
ลักษณะของแผ่นพื้นที่ใช้ศึกษาเป็นแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปที่มีความหนา 20 เซนติเมตร ความกว้าง 1.20 เมตร และความยาว 9 เมตร



รูปที่ 3.1 แสดงขนาดของแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูป

3.1.2 ตัวแทนของแผ่นพื้นที่ทำการวิจัย

ในงานวิจัยนี้จะทำการวิเคราะห์เพื่อตรวจสอบโมเมนต์ดัด แรงเฉือนและการโก่งตัวของแผ่นพื้นเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ด้วยระบบ 2 มิติสามารถแสดงแผ่นพื้นที่นำมาวิเคราะห์ได้ดังรูปที่ 3.2



รูปที่ 3.2 แสดงแผ่นพื้นที่นำมาวิเคราะห์โดยวางบนจุกรองรับอย่างง่าย

3.2 การวิเคราะห์แผ่นพื้น

ในงานวิจัยนี้พิจารณาแผ่นพื้นในแบบ 2 มิติ เพื่อนำมาวิเคราะห์หาค่าโมเมนต์คัต แรงเฉือน และระยะการโก่งตัวของแผ่นพื้นเนื่องจากแรงพลศาสตร์ด้วยการคำนวณวิเคราะห์ด้วยมือ ตามทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงพลศาสตร์จากสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งสอดคล้องกับกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน คือ $\sum F = ma$ โดยใส่แรงกระทำต่อแผ่นพื้นเป็นจุดที่กึ่งกลางของแผ่นพื้น ซึ่งมีสมมุติฐานว่า ผลการวิเคราะห์ที่ได้ ได้แก่ แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ที่กระทำต่อแผ่นพื้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับเมื่อเทียบกับความสามารถในการรับแรงเฉือนของแผ่นพื้น จึงจะปลอดภัย ($V_{dynamic} \leq \phi V_n$) และโมเมนต์คัตอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ที่กระทำต่อแผ่นพื้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับเมื่อเทียบกับความสามารถในการรับโมเมนต์คัตของแผ่นพื้นจึงจะปลอดภัย ($M_{dynamic} \leq \phi M_n$) และระยะของการโก่งตัวที่เกิดขึ้นจริงบนแผ่นพื้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับอัตราส่วนความยาวของแผ่นพื้นหารด้วย 360 จึงจะปลอดภัย ($\Delta_{act} \leq L/360$) ต่อการใช้งาน รวมทั้งวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้ตามมาตรฐาน ASCE

บทที่ 4

วิเคราะห์ผลการวิจัย

ในบทนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์โมเมนต์ดัด แรงเฉือน และระยะการโก่งตัวของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ รวมทั้งวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้

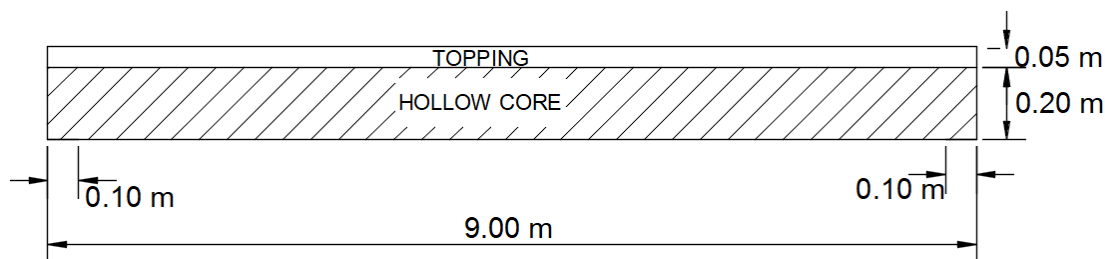
4.1 ขั้นตอนการคำนวณวิเคราะห์

จากการศึกษาได้เลือกความยาวของแผ่นพื้นเท่ากับ 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร 12 เมตร และ 13 เมตร มาทำการคำนวณวิเคราะห์ ในหัวข้อขั้นตอนการคำนวณวิเคราะห์นี้จะเลือกคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวงที่มีความยาว 9 เมตร ภายใต้แรงกระทำอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกของมนุษย์

4.1.1 ตัวอย่างการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้น

4.1.1.1 ตัวอย่างการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดินของมนุษย์ที่

ความยาว 9 เมตร



รูปที่ 4.1 ความยาวและความหนาของแผ่นพื้นจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 350 \text{ kg / m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{9}{2} = 1890 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1890}{9.81} = 192.66 \text{ kg / s}^2$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg / m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})}{9^3} = 124505.99 \text{ kg / m}$$

ดังนั้น $k = 124505.99 \text{ kg} / \text{m}$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

จากสมการ $c = 2m\omega\xi$

โดยที่ $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{124505.99}{192.66}} = 25.42 \text{ rad} / \text{s}$, $\xi = 5\% = 0.05$

ดังนั้น $c = 2(192.66)(25.42)(0.05) = 489.74 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

จากสมการ $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$

เมื่อ $F(t) = P_0 \alpha_i \cos(2\pi f_{step} t)$

โดยที่ $P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}$, $\alpha_i = 1.5$ และ $f_1 = 1.9 \text{ Hz}$

จะได้ $F(t) = 71.356(0.5) \cos(2\pi(1)(1.9)t)$
 $= 35.68 \cos(11.94t)$

ดังนั้น จะได้สมการ $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68 \cos(11.94t)$ (1)

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 35.68 \cos(11.94t) \quad (2)$$

สมมติให้ $x(t) = A \sin(11.94t) + B \cos(11.94t)$

จะได้ $x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$

$$\dot{x}(t) = \omega A \cos(\omega t) - \omega B \sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t) - \omega^2 B \cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงในสมการที่ (2) จะได้

$$192.66[-\omega^2 A \sin(\omega t) - \omega^2 B \cos(\omega t)] + 489.74[\omega A \cos(\omega t) - \omega B \sin(\omega t)] + 124505.99[A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)] = 35.68 \cos(\omega t)$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-192.66A \sin(\omega t) - 489.74\omega B \sin(\omega t) + 124505.99A \sin(\omega t) = 0$$

$$[-192.66\omega^2 A - 489.74\omega B + 124505.99A] \sin(\omega t) = 0$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad} / \text{s}$

$$[-192.66(11.94)^2 A - 489.74(11.94)B + 124505.99A] = 0$$

$$-27466.30A - 5847.50B + 124505.99A = 0$$

$$97039.69A - 5847.50B = 0$$

(3)

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-192.66\omega^2 B \cos(\omega t) + 489.74\omega A \cos(\omega t) + 124505.99B \cos(\omega t) = 35.68 \cos(\omega t)$$

$$[-192.66\omega^2 B + 489.74\omega A + 124505.99B] \cos(\omega t) = 35.68 \cos(\omega t)$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned} \text{จะได้ } -192.66(11.94)^2 B + 489.74(11.94) A + 124505.99B &= 35.68 \\ -27466.30B + 5847.50A + 124505.99B &= 35.68 \\ 5847.50A + 97039.69B &= 35.68 \end{aligned} \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

$$\text{ดังนั้นจะได้ } A = 2.2076 \times 10^{-5}$$

$$B = 3.6635 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x_h(t)]$

หา $[x_h(t)]$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 192.66 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.54\dot{x}(t) + 646.25x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้ } D^2 + 2.54D + 646.25 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้ } D_1 = -1.27 + 25.3897i$$

$$D_2 = -1.27 - 25.3897i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.27$ และ $b = 25.3897$

$$\text{จากสมการ } x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (13)$

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 350 \times 1.2 = 420 \text{ kg/m}$, $L = 8.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{400.8 \times 8.8^4}{(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0173 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 8.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 8.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0173 + 0.0005 = 0.0178 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(0) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(0)$

$$0.0178 = A + (3.6635 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0174$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)] + \cos(25.3897t) [(-1.27) Ae^{-1.27t}] \\ &\quad + Be^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] + \sin(25.3897t) [(-1.27) Be^{-1.27t}] \\ &\quad + (2.2076 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] + (3.6635 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \\ \dot{x}(t) &= -25.3897 Ae^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 1.27 Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\ &\quad + 25.3897 Be^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 1.27 Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ &\quad + (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -25.3897Ae^{-0} \sin(0) - 1.27Ae^{-0} \cos(0) + 25.3897Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.27Be^{-0} \sin(0) + (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(0) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.27A + 25.3897B + (2.6359 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0174$ ได้

$$0 = -1.27A + 25.3897B + (2.6359 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0221 + 25.3897B + (2.6359 \times 10^{-4})$$

$$B = 0.0008$$

แทนค่า $A = 0.0174$, $B = 0.0008$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0174e^{-1.27t} \cos(25.3897t) + 0.0008e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$

$$+ (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1.คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0174e^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)]$$

$$+ \cos(25.3897t)[(0.0174)e^{-1.27t}(-1.27)]$$

$$+ 0.0008e^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] + \sin(25.3897t)[(0.0008)e^{-1.27t}(-1.27)]$$

$$+ (2.2076 \times 10^{-5})[\cos(11.94t)(11.94)] + (3.6635 \times 10^{-4})[-\sin(11.94t)(11.94)]$$

$$\dot{x}(t) = -0.4418e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 0.0221e^{-1.27t} \cos(25.3897t)$$

$$+ 0.0218e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - (1.0922 \times 10^{-3})e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$

$$+ (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)$$

$$\dot{x}(t) = -(3 \times 10^{-4})e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.4429e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$

$$+ (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\ddot{x}(t) = -(3 \times 10^{-4})e^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)]$$

$$+ \cos(25.3897t)[-(3 \times 10^{-4})e^{-1.27t}(-1.27)]$$

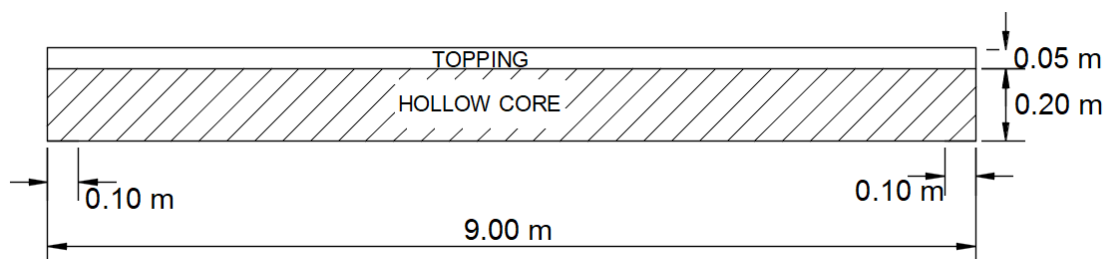
$$- 0.4429e^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] + \sin(25.3897t)[-0.4429e^{-1.27t}(-1.27)]$$

$$+ (2.6359 \times 10^{-4})[-\sin(11.94t)(11.94)] - (4.3742 \times 10^{-3}) \cos(11.94t)(11.94)$$

$$\ddot{x}(t) = 0.5701e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 11.2447e^{-1.27t} \cos(25.3897t)$$

$$-(3.1473 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0522 \cos(11.94t) \quad (18)$$

4.1.1.2 ตัวอย่างการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิกของมนุษย์ที่มีความยาว 9 เมตร



รูปที่ 4.2 ความยาวและความหนาของแผ่นพื้นจากกิจกรรมการเต้นแอโรบิกของมนุษย์

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 350 \text{ kg/m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{9}{2} = 1890 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1890}{9.81} = 192.66 \text{ kg/m}^2$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})}{9^3} = 124505.99 \text{ kg/m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 124505.99 \text{ kg/m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{124505.99}{192.66}} = 25.42 \text{ rad/s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(192.66)(25.42)(0.05) = 489.74 \text{ kgf} \cdot \frac{s}{m}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0 \alpha_i \cos(2\pi f_{step} t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\text{จะได้ } F(t) = 71.356(1.5) \cos(2\pi(1)(2.375)t)$$

$$= 107.034 \cos(14.92t)$$

ดังนั้น จะได้สมการ $m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034 \cos(14.92t)$ (1)

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 107.034 \cos(14.92t) \quad (2)$$

สมมติให้ $x(t) = A \sin(14.92t) + B \cos(14.92t)$

จะได้ $x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)$

$$\dot{x}(t) = \omega A \cos(\omega t) - \omega B \sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A \sin(\omega t) - \omega^2 B \cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$192.66[-\omega^2 A \sin(\omega t) - \omega^2 B \cos(\omega t)] + 489.74[\omega A \cos(\omega t) - \omega B \sin(\omega t)] + 124505.99[A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t)] = 35.68 \cos(\omega t)$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-192.66A \sin(\omega t) - 489.74\omega B \sin(\omega t) + 124505.99A \sin(\omega t) = 0$$

$$[-192.66\omega^2 A - 489.74\omega B + 124505.99A] \sin(\omega t) = 0$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

จะได้ $[-192.66(14.92)^2 A - 489.74(14.92)B + 124505.99A] = 0$

$$-42887.35A - 7306.92B + 124505.99A = 0$$

$$81618.64A - 7307.37B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-192.66\omega^2 B \cos(\omega t) + 489.74\omega A \cos(\omega t) + 124505.99B \cos(\omega t) = 107.034 \cos(\omega t)$$

$$[-192.66\omega^2 B + 489.74\omega A + 124505.99B] \cos(\omega t) = 107.034 \cos(\omega t)$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

จะได้ $-192.66(14.92)^2 B + 489.74(14.92)A + 124505.99B = 107.034$

$$-42887.35B + 7306.92A + 124505.99B = 35.68$$

$$7306.92A + 81618.64B = 107.034 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 1.1648 \times 10^{-4}$

$$B = 1.3010 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่

จะได้ $\ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x_h(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 192.66 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.54\dot{x}(t) + 646.25x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้ } D^2 + 2.54D + 646.25 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้ } D_1 = -1.27 + 25.3897i$$

$$D_2 = -1.27 - 25.3897i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.27$ และ $b = 25.3897$

$$\text{จากสมการ } x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

$$\text{จากสมการ } x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (13)$$

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) + (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

$$\text{กรณีที่ 1} \quad x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI} \quad \text{โดยที่ } w = 350 \times 1.2 = 420 \text{ kg/m, } L = 8.8 \text{ m}$$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{400.8 \times 8.8^4}{(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0173m$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 8.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 8.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0005m$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0173 + 0.0005 = 0.0178m$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(0)$
 $+ (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(0)$
 $0.0178 = A + (1.3010 \times 10^{-3})$

$$\therefore A = 0.0165$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)] + \cos(25.3897t) [(-1.27) Ae^{-1.27t}] \\ &+ Be^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] + \sin(25.3897t) [(-1.27) Be^{-1.27t}] \\ &+ (1.1648 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (1.3010 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ \dot{x}(t) &= -25.3897 Ae^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 1.27 Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\ &+ 25.3897 Be^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 1.27 Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ &+ (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0194 \sin(14.92t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -25.3897 Ae^{-0} \sin(0) - 1.27 Ae^{-0} \cos(0) + 25.3897 Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.27 Be^{-0} \sin(0) + (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(0) - 0.0194 \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.27A + 25.3897B + (1.7379 \times 10^{-3})$

แทน $A = 0.0165$ ได้

$$\begin{aligned} 0 &= -1.27(0.0165) + 25.3897B + (1.7379 \times 10^{-3}) \\ 0 &= -0.0210 + 25.3897B + (1.7379 \times 10^{-3}) \\ \therefore B &= 0.0008 \end{aligned}$$

แทนค่า $A = 0.0165$, $B = 0.0008$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$\begin{aligned} x(t) &= 0.0165e^{-1.27t} \cos(25.3897t) + 0.0008e^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ &+ (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \end{aligned} \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1.คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\begin{aligned}
 \dot{x}(t) &= 0.0165e^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)] \\
 &\quad + \cos(25.3897t) [(0.0165)e^{-1.27t} (-1.27)] \\
 &\quad + 0.0008e^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] \\
 &\quad + \sin(25.3897t) [(0.0008)e^{-1.27t} (-1.27)] \\
 &\quad + (1.1648 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] \\
 &\quad + (1.3010 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\
 \dot{x}(t) &= -0.4189e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 0.021e^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\
 &\quad + 0.0192e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - (9.6124 \times 10^{-4}) e^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\
 &\quad + (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0194 \sin(14.92t) \\
 \dot{x}(t) &= -(1.8 \times 10^{-3}) e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.4199e^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\
 &\quad + (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(11.94t) - 0.0194 \sin(14.92t)
 \end{aligned} \tag{17}$$

2.คำนวณหา $[\ddot{x}(t)]$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}(t) &= -(1.8 \times 10^{-3}) e^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)] \\
 &\quad + \cos(25.3897t) [-(1.8 \times 10^{-3}) e^{-1.27t} (-1.27)] \\
 &\quad - 0.4199e^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] \\
 &\quad + \sin(25.3897t) [-0.4199e^{-1.27t} (-1.27)] \\
 &\quad + (1.7379 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\
 &\quad - 0.0194 \cos(14.92t)(14.92) \\
 \ddot{x}(t) &= 0.5790e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 10.6588e^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\
 &\quad - 0.0259 \sin(14.92t) - 0.2894 \cos(14.92t)
 \end{aligned} \tag{18}$$

4.2 วิเคราะห์ผลการคำนวณแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินทางของมนุษย์

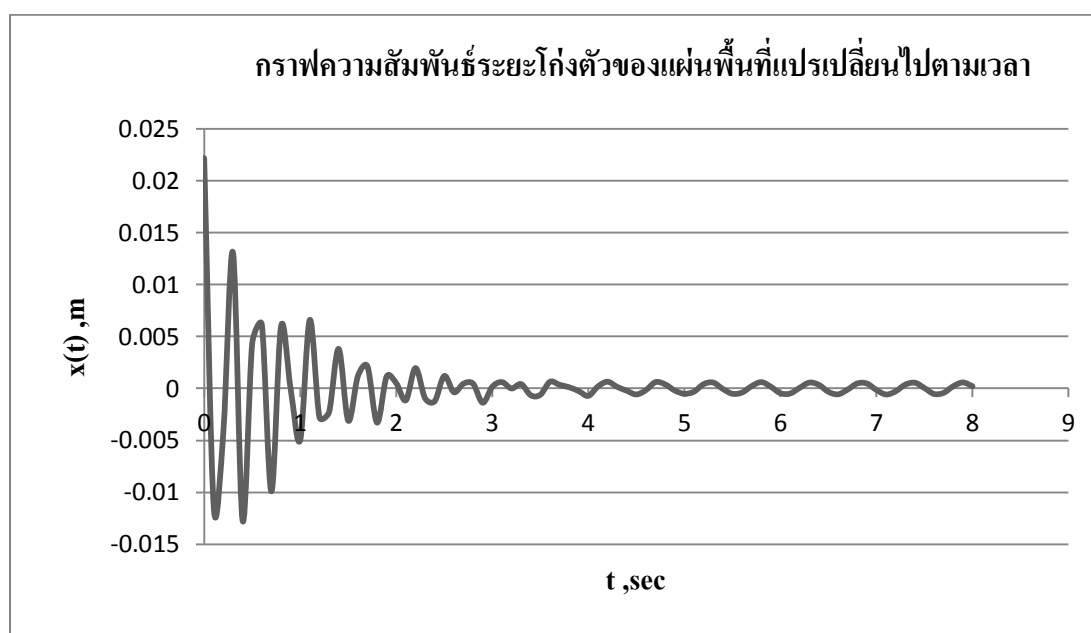
จากการคำนวณจะได้สมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\dot{x}(t)]$ และสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ จากนั้นนำสมการที่ได้ไปพล็อตกราฟความสัมพันธ์ดังกล่าวกับเวลาที่เปลี่ยนไปพร้อมทำการวิเคราะห์ผลการคำนวณ ดังนี้

4.2.1 วิเคราะห์กราฟจากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น

4.2.1.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.3

$$x(t) = 0.0216e^{-1.135t} \cos(22.7198t) + 0.0010e^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (4.1968 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.7930 \times 10^{-4}) \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.3 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 8 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

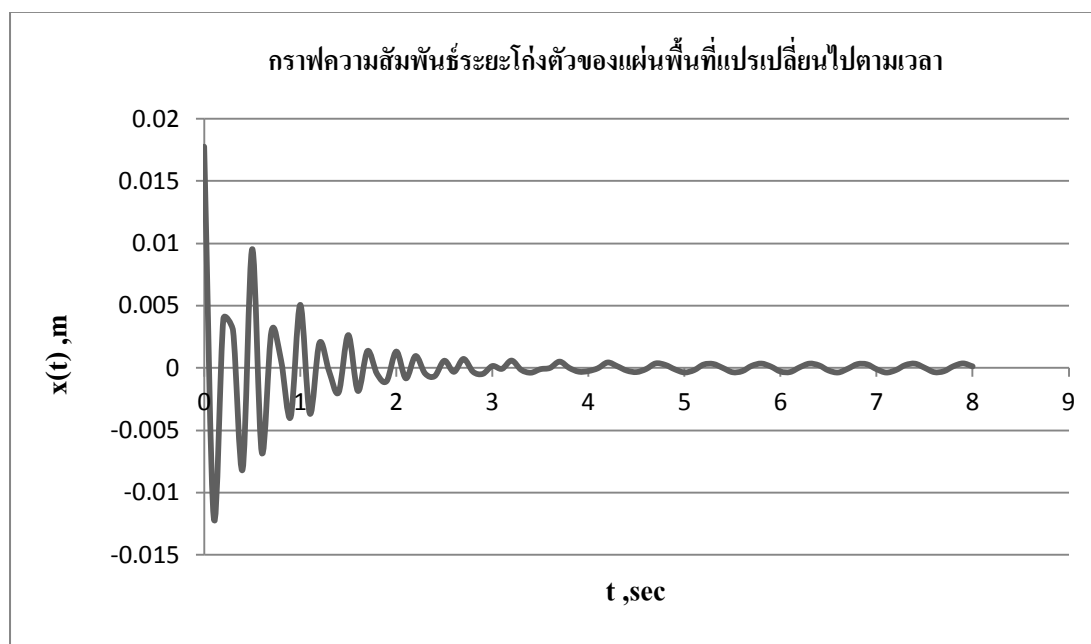
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.3 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.0 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0152 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.1 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0006 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.1 เป็นต้นไป

4.2.1.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.4

$$x(t) = 0.0174e^{-1.27t} \cos(25.3897t) + 0.0008e^{-1.27t} \sin(25.3897t) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.4 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 9 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

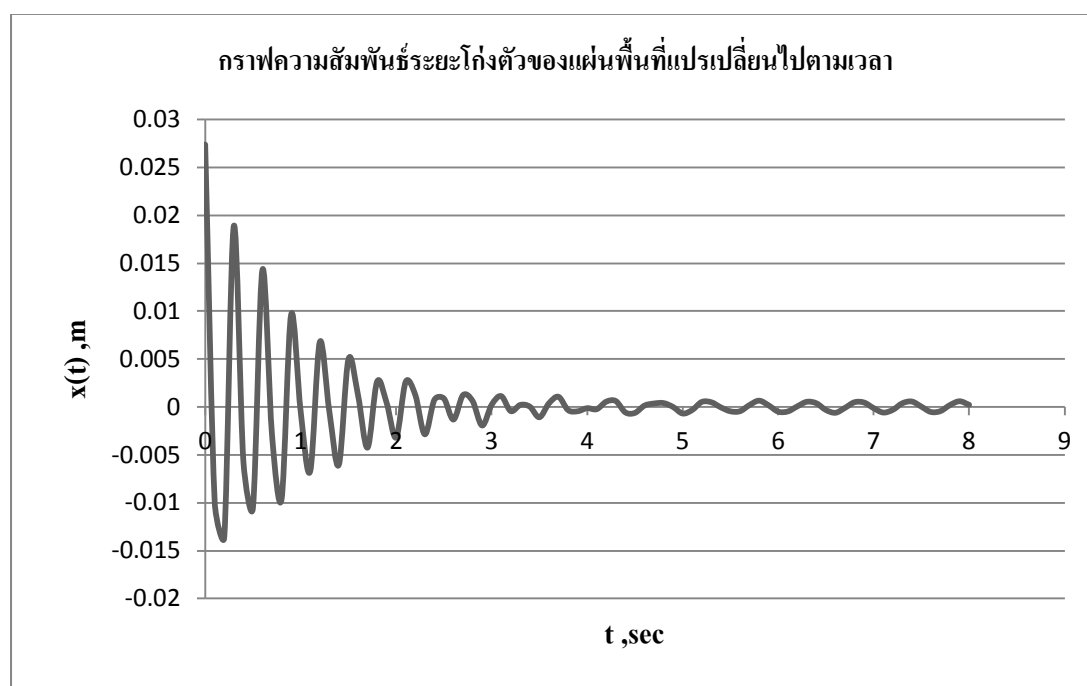
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.4 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 4.8 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0178 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 4.9 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0004 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 9 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 4.9 เป็นต้นไป

4.2.1.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.5

$$x(t) = 0.0268e^{-1.03t} \cos(20.5655t) + 0.0013e^{-1.03t} \sin(20.5655t) + (5.1343 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.8775 \times 10^{-4}) \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.5 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 10 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

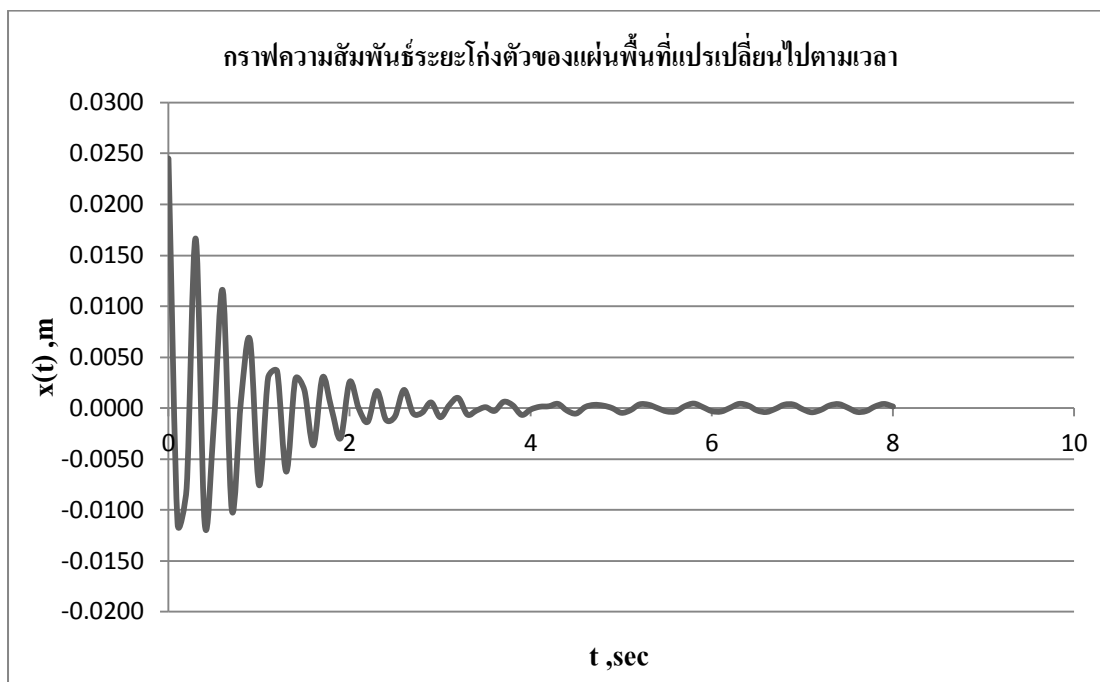
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.5 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.0 มีระยะโก่งตัวสูงสุด 0.0274 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.1 เป็นต้นไป มีระยะโก่งตัวสูงสุด 0.0007 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 10 เมตร มีระยะโก่งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.1 เป็นต้นไป

4.2.1.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.6

$$x(t) = 0.0241e^{-1.09t} \cos(21.800t) + 0.0012e^{-1.09t} \sin(21.800t) + (3.2010 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.1007 \times 10^{-4}) \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.6 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 11 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

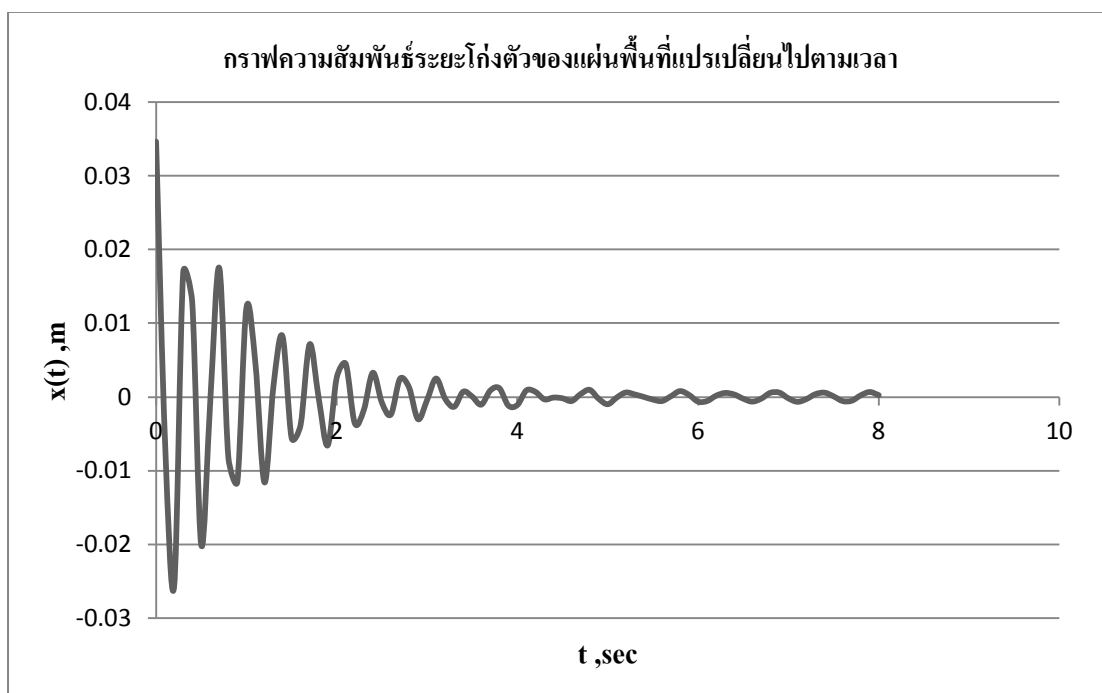
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.6 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.8 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0245 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.9 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0004 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 11 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.9 เป็นต้นไป

4.2.1.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $x(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.7

$$x(t) = 0.0340e^{-0.9t} \cos(18.319t) + 0.0016e^{-0.9t} \sin(18.319t) + (7.2667 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (6.4321 \times 10^{-4}) \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.7 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 12 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

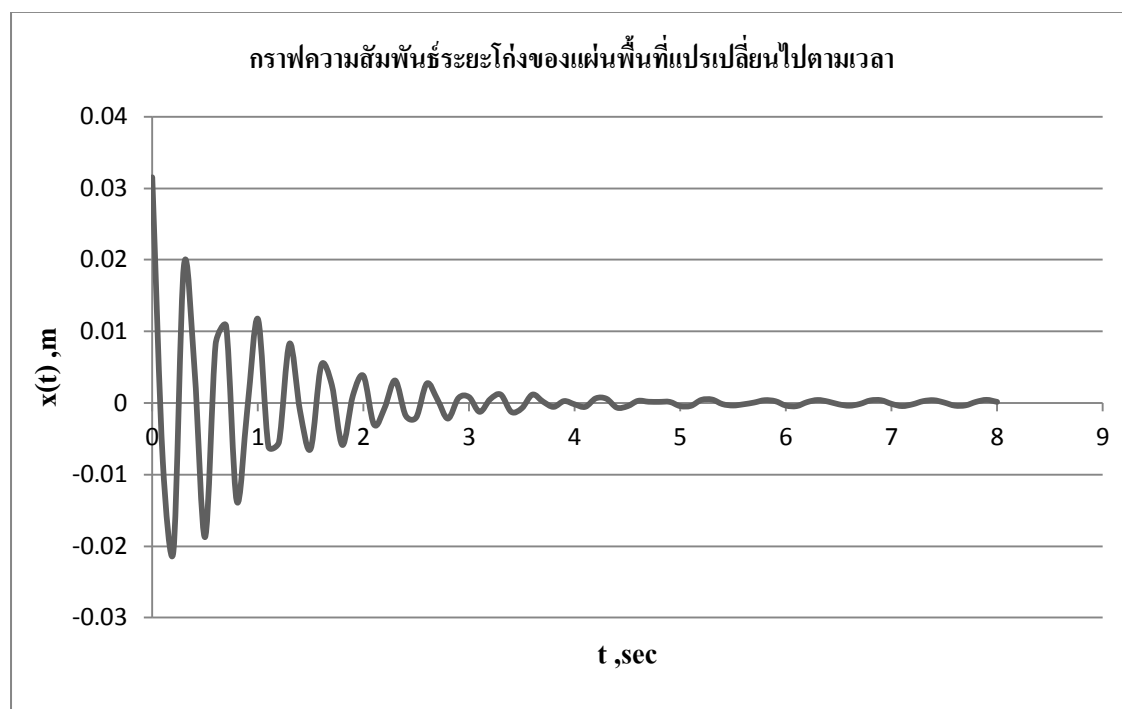
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.7 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 7.4 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0346 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 7.5 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0007 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 12 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 7.5 เป็นต้นไป

4.2.1.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.8

$$x(t) = 0.0311e^{-0.96t} \cos(19.189t) + 0.0015e^{-0.96t} \sin(19.189t) + (4.2779 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.2251 \times 10^{-4}) \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.8 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 13 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.8 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 7.1 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0315 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 7.2 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0005 เมตร

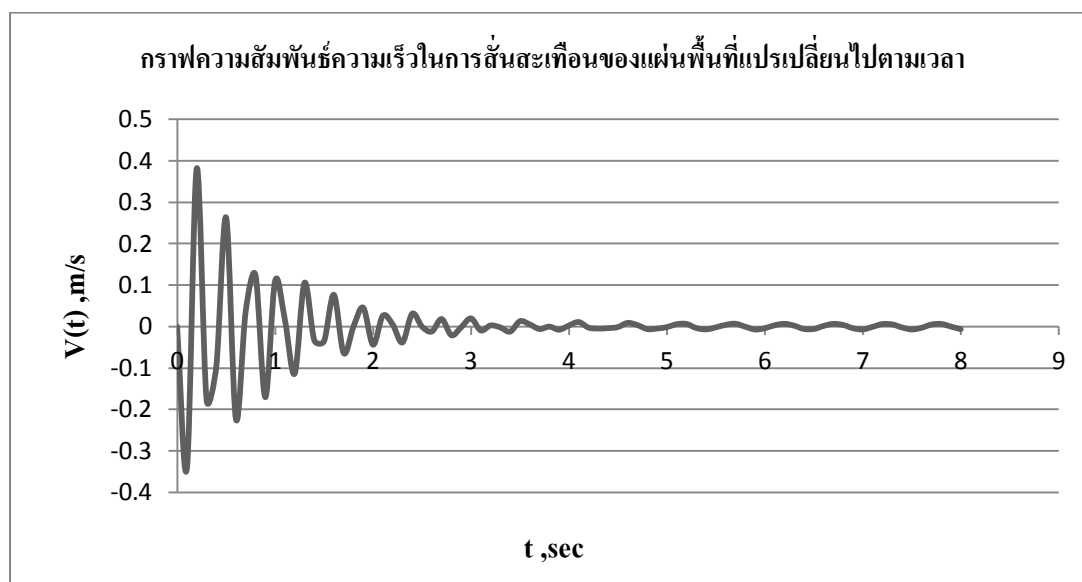
ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 13 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 7.2 เป็นต้นไป

4.2.2 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น

4.2.2.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือน $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.9

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(5 \times 10^{-4})e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - 0.4919e^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ & + (5.0110 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (6.9168 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.9 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

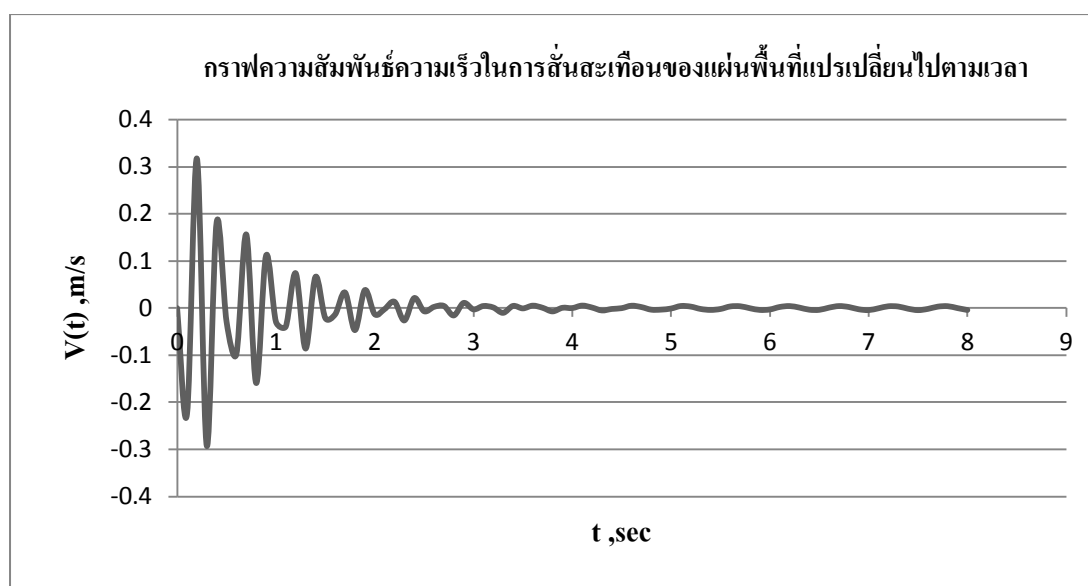
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.9 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสถานะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.4 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3814 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสถานะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.5 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0069 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สถานะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.5 เป็นต้นไป

4.2.2.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือน $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.10

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(3 \times 10^{-4})e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.4429e^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ & + (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.10 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

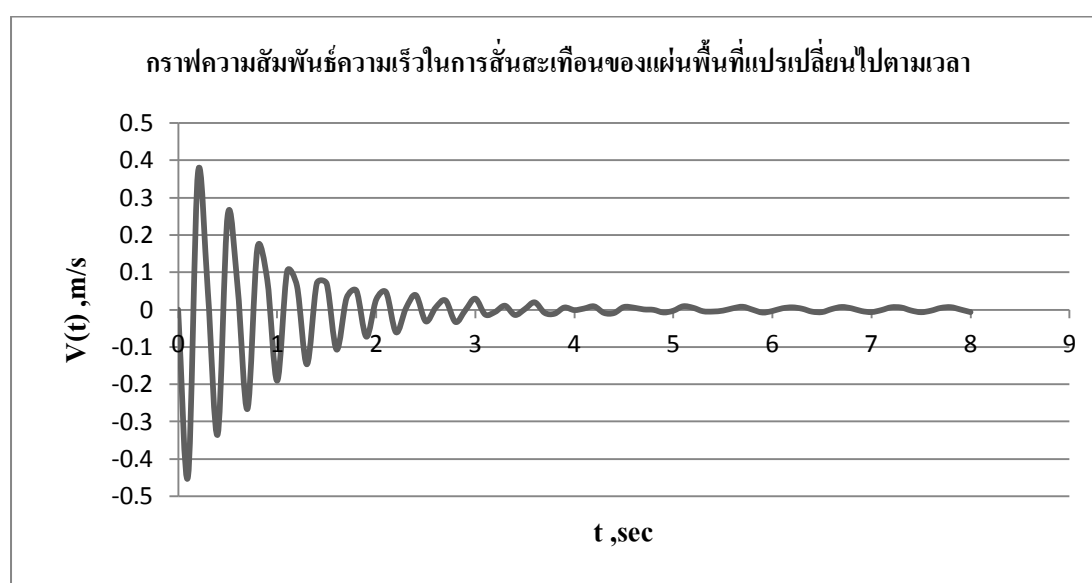
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.10 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 4.9 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3176 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.0 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0044 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 9 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.0 เป็นต้นไป

4.2.2.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือน $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.11

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(6 \times 10^{-4})e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 0.5526e^{-1.03t} \sin(20.5655t) \\ & + (6.1304 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.0177 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.11 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

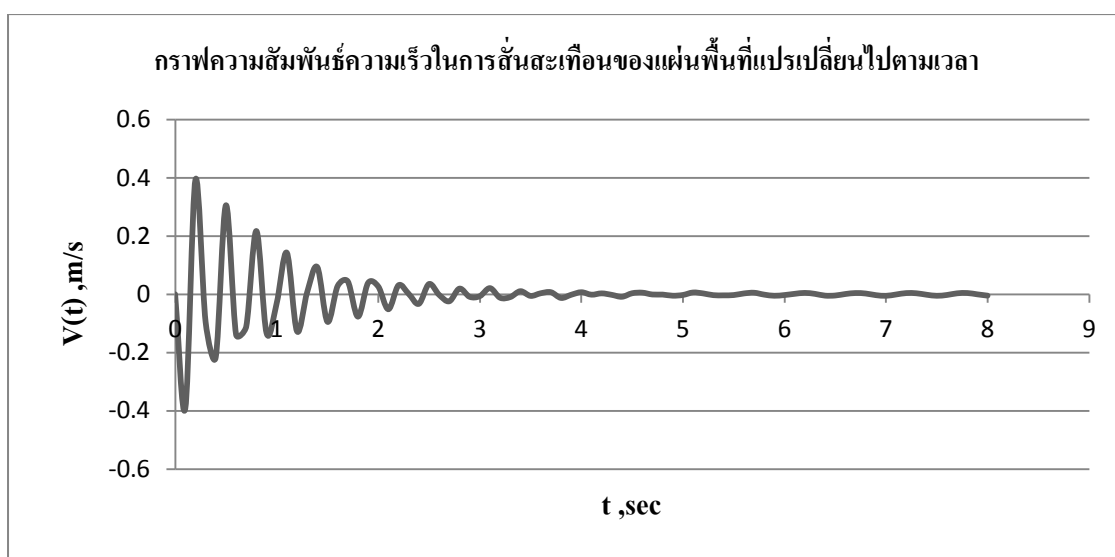
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.11 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.9 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.4469 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 6.0 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0071 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 10 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 6.0 เป็นต้นไป

4.2.2.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือน $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.12

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(1 \times 10^{-4})e^{-1.09t} \cos(21.800t) - 0.5267e^{-1.09t} \sin(21.800t) \\ & + (3.8220 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.8962 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.12 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

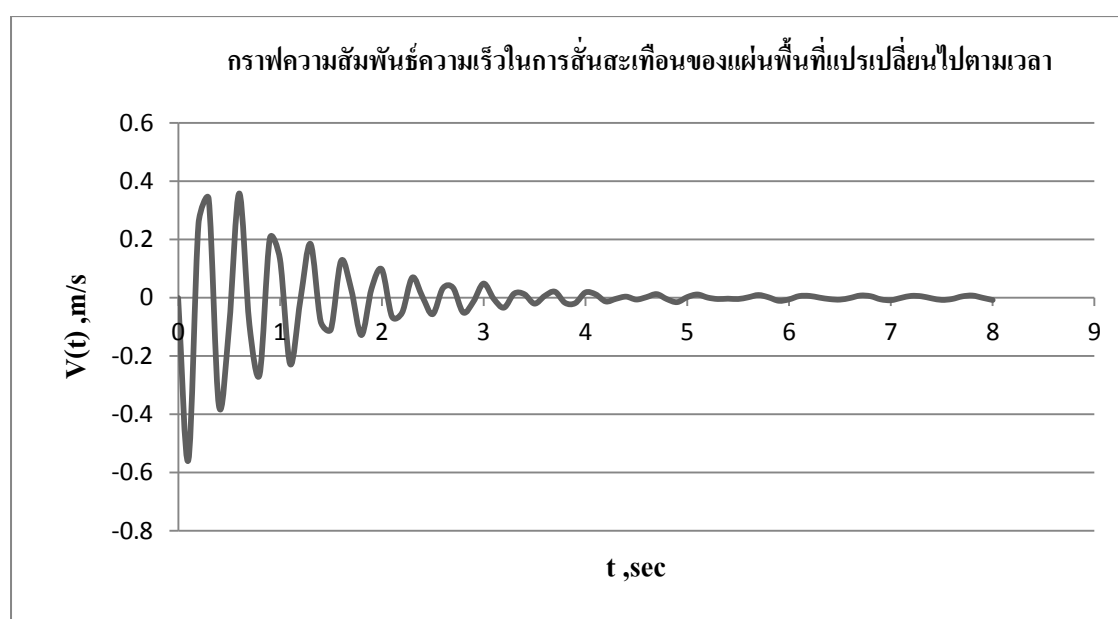
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.12 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 6.2 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3939 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 6.3 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0071 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 11 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 6.3 เป็นต้นไป

4.2.2.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือน $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.13

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(1.3 \times 10^{-3})e^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.6242e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ & + (8.6764 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.6799 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.13 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

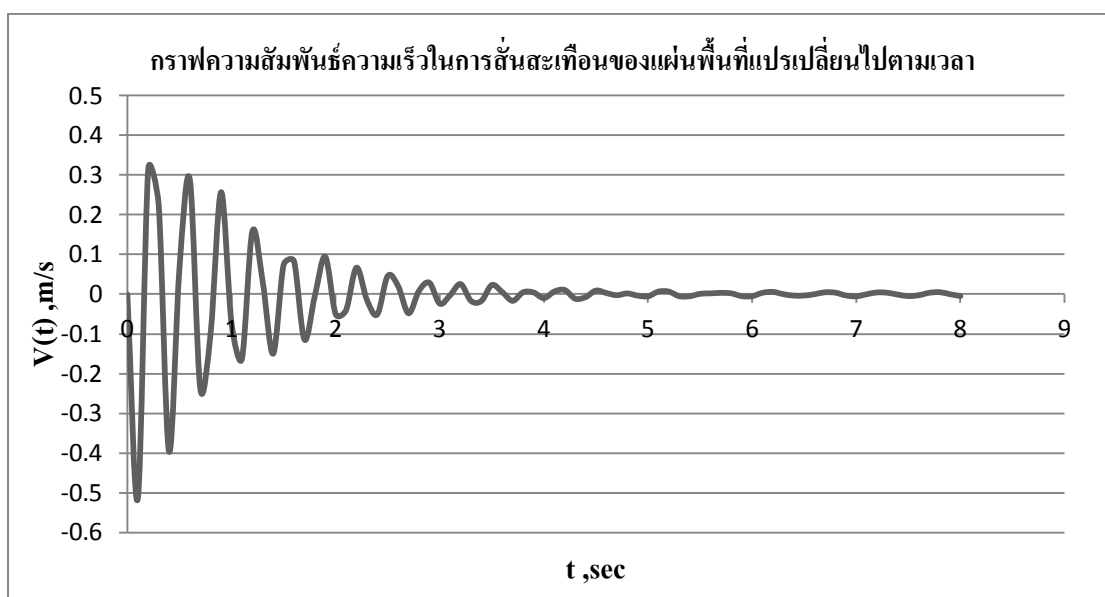
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.13 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 7.5 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3939 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 7.6 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0071 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 12 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 7.6 เป็นต้นไป

4.2.2.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.14

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -0.0011e^{-0.96t} \cos(19.189t) - 0.5982e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ & + (5.1078 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (5.0448 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.14 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.14 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 7.5 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.5150 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 7.6 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0051 เมตรต่อวินาที

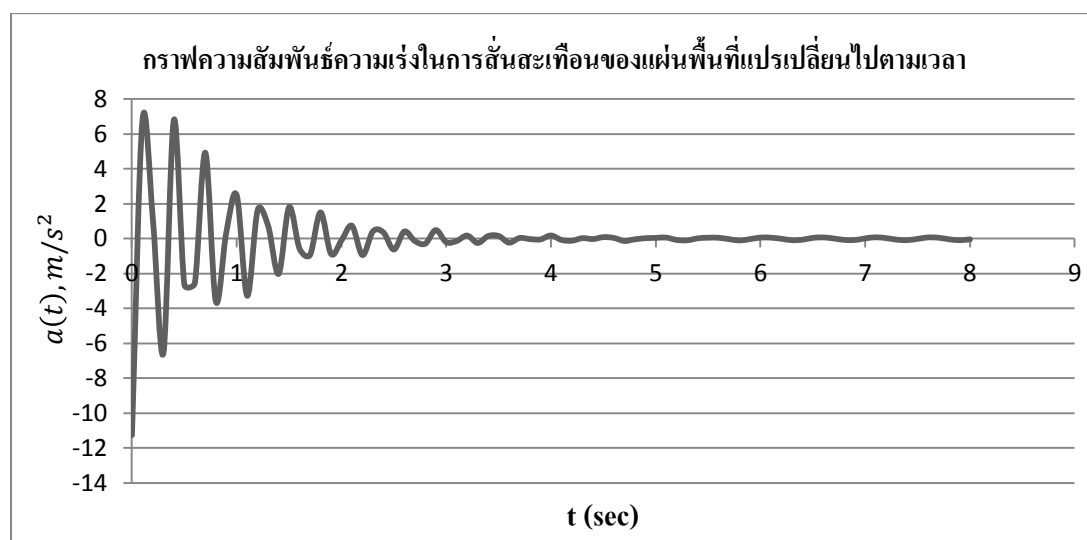
ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 13 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 7.6 เป็นต้นไป

4.2.3 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น

4.2.3.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.15

$$\ddot{x}(t) = 0.5697e^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 11.175e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - (5.9831 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0826 \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.15 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

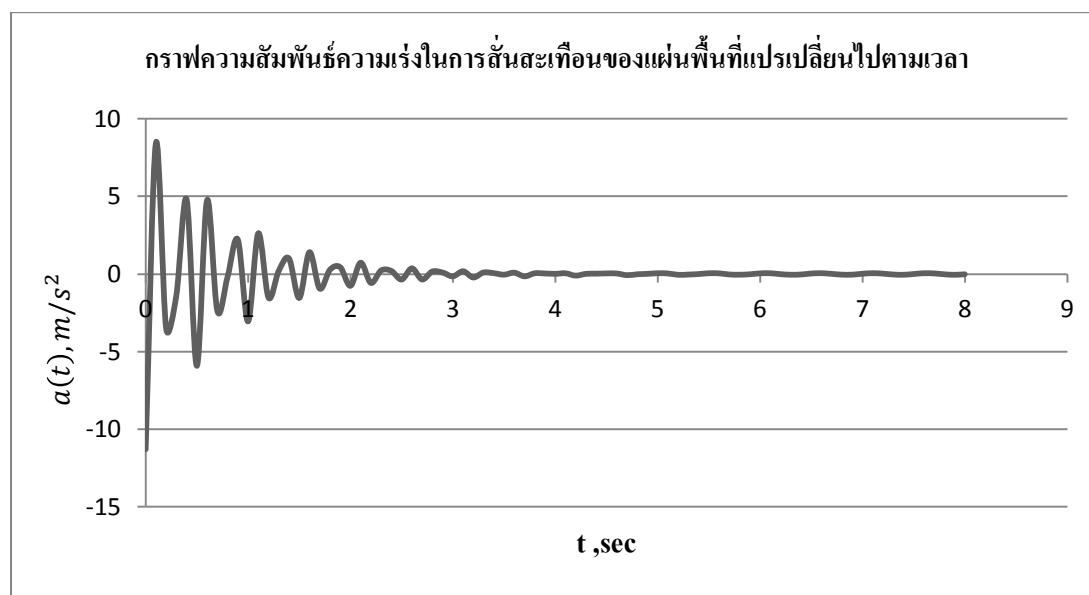
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.15 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.5 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.2576 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0837 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 8 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป

4.2.3.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.16

$$\ddot{x}(t) = 0.5701e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 11.2447e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - (3.1473 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0522 \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.16 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

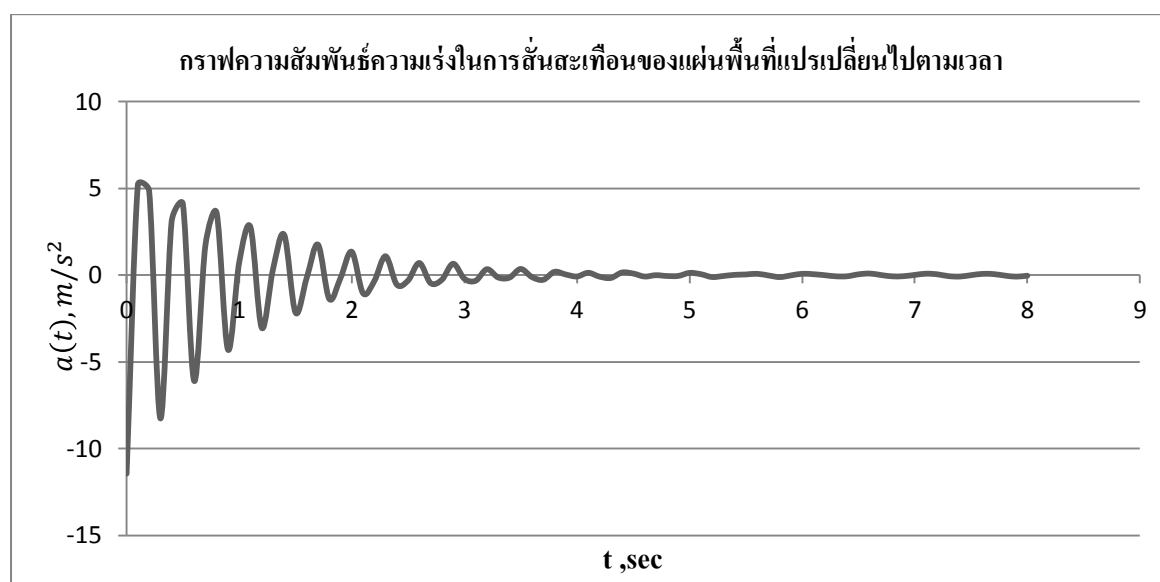
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.16 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.3 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.2969 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0524 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 9 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป

4.2.3.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.17

$$\ddot{x}(t) = 0.5815e^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 11.3639e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - (7.3197 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0838 \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.17 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

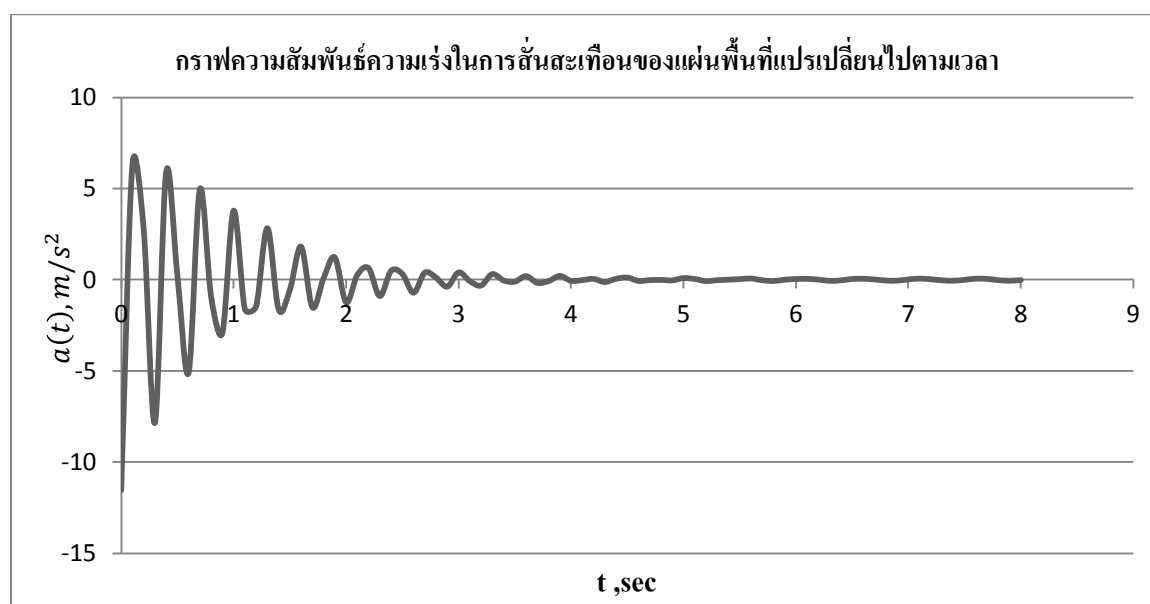
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.17 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.8 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.4477 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.9 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0926 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 10 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.9 เป็นต้นไป

4.2.3.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.18

$$\ddot{x}(t) = 0.5763e^{-1.09t} \sin(21.800t) - 11.4820e^{-1.09t} \cos(21.800t) - (4.5635 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0585 \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.18 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

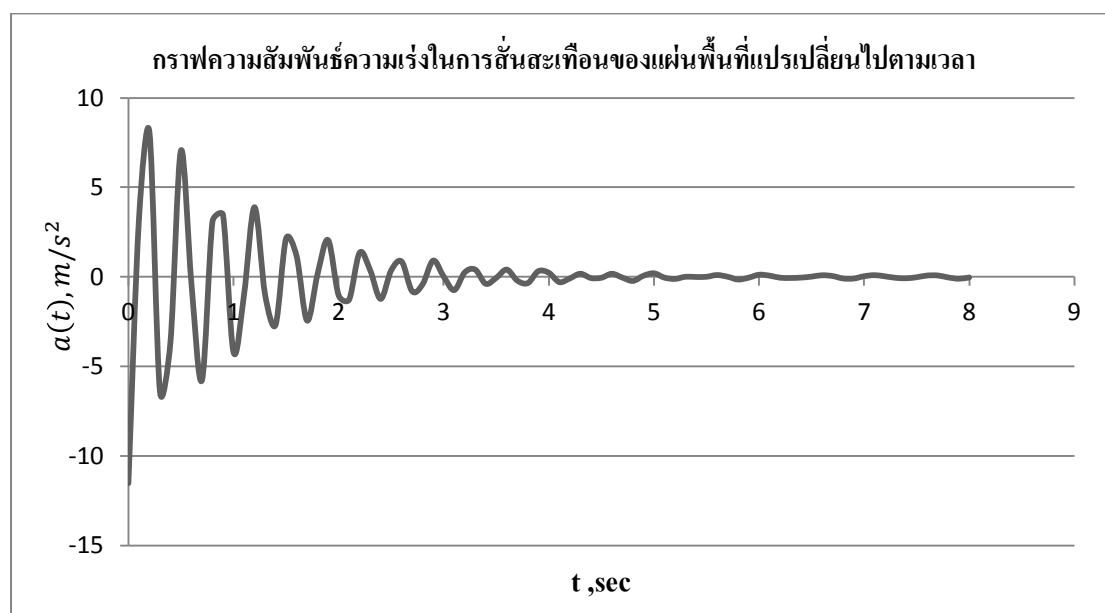
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.18 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 6.3 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.5405 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 6.4 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0614 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 11 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 6.4 เป็นต้นไป

4.2.3.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.19

$$\ddot{x}(t) = 0.5856e^{-0.9t} \sin(18.319t) - 11.4335e^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.0104 \sin(11.94t) - 0.0917 \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.19 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

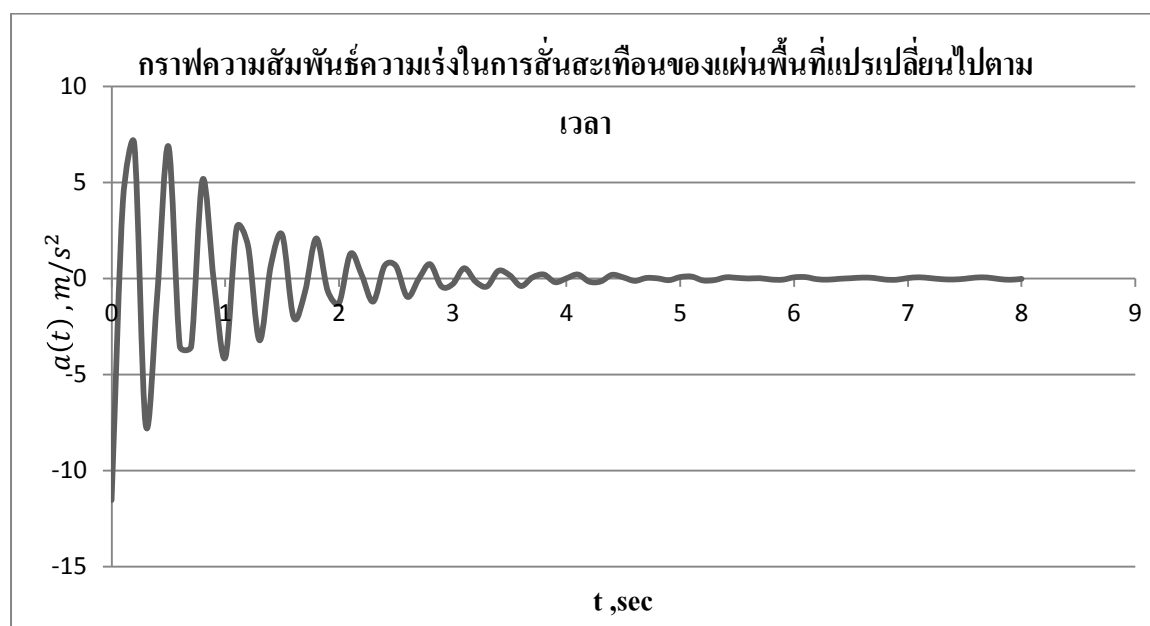
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.19 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 7.8 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.5252 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 7.9 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.1013 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 12 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 7.9 เป็นต้นไป

4.2.3.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\ddot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.20

$$\ddot{x}(t) = 0.5954e^{-0.96t} \sin(19.189t) - 11.4777e^{-0.96t} \cos(19.189t) - (6.0987 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0602 \cos(11.94t)$$



รูปที่ 4.20 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.20 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 7.4 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.5379 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 7.5 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0644 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 13 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 7.5 เป็นต้นไป

4.2.4 สรุปการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์

จากการคำนวณวิเคราะห์ข้างต้น สามารถสรุปการวิเคราะห์ผลการคำนวณได้ดังตารางที่ 4-1 ซึ่งการคำนวณเพิ่มเติมคือค่าของความเร่ง a (%g) และความเร่งเฉลี่ย a_{rms} (%g) โดยแสดงวิธีการคำนวณดังนี้

$$\text{ความเร่ง} \quad a = \frac{a_{\max} \times 100}{9.81} \text{ หน่วย (\%g)}$$

$$\text{ความเร่งเฉลี่ย} \quad a_{rms} = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ หน่วย (\%g)}$$

ตารางที่ 4-1 ค่าของระยะโก่งตัว ความเร็ว และความเร่ง ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วง ความยาว ของพื้น (L)	ความถี่ (f)	คาบ (T)	Transient State			Steady State			
			การโก่ง (u)	ความเร็ว (v)	ความ เร่ง (a)	การโก่ง (u)	ความเร็ว (v)	ความ เร่ง (a)	ความเร่ง เฉลี่ย (a_{rms})
(m)	(Hz)	(sec)	(mm)	(mm/s)	(%g)	(mm)	(m/s)	(%g)	(%g)
8	3.61	0.276	15.20	381.43	114.76	0.61	6.90	0.85	0.60
9	4.05	0.247	17.77	317.58	115.16	0.37	4.42	0.53	0.38
10	3.28	0.305	27.39	446.89	116.69	0.66	7.14	0.94	0.67
11	3.47	0.288	24.50	393.90	117.64	0.40	4.96	0.63	0.44
12	2.92	0.342	34.64	557.66	117.48	0.67	7.84	1.03	0.73
13	3.06	0.327	31.52	515.01	117.61	0.46	5.10	0.66	0.46

4.2.4.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.61 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.276 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 15.20 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 381.43 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 114.76 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 0.61 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 6.90 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 0.85 %g และความเร่งเฉลี่ย เท่ากับ 0.60 %g

4.2.4.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร มีความถี่เท่ากับ 4.05 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.247 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 17.77 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 317.58 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 115.16 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 0.37 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 4.42 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 0.53 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 0.38 %g

4.2.4.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.28 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.305 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 27.39 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 446.89 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 116.69 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 0.66 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 7.14 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 0.94 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 0.67 %g

4.2.4.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.47 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.288 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 24.50 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 393.90 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 117.64 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 0.40 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 4.96 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 0.63 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 0.44 %g

4.2.4.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร มีความถี่เท่ากับ 2.92 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.342 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 34.64 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 557.66 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 117.48 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 0.67 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 7.84 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 1.03 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 0.73 %g

4.2.4.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.06 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.327 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 31.52 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 515.01 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 117.61 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 0.46 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 5.10 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 0.66 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 0.06 %g

4.3 ผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินของมนุษย์

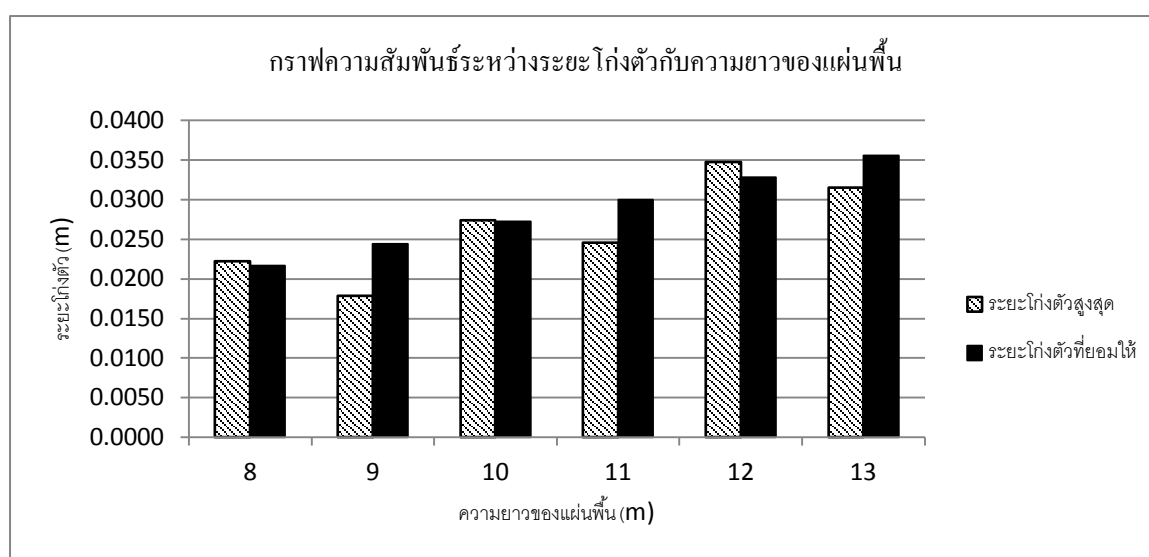
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ทั้งหมดที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ซึ่งประกอบด้วยระยะโก่งตัว แรงเฉือน และโมเมนต์คดของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ และระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้

4.3.1 ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น สามารถแสดงค่าของระยะโก่งตัวสูงสุดและระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-2 ค่าของระยะโก่งตัวสูงสุดและระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	ระยะโก่งตัวสูงสุด (u_{max})	ระยะโก่งตัวที่ยอมให้ (L/360)
(m)	(m)	(m)
8	0.0222	0.022
9	0.0178	0.024
10	0.0274	0.027
11	0.0245	0.030
12	0.0347	0.033
13	0.0315	0.036



รูปที่ 4.21 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.21 ซึ่งแท่งกราฟจะประกอบไปด้วยระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ($L/360$) กับระยะโก่งตัวสูงสุด ($u_{\max}$ ที่ Steady State จากตารางที่ 4-2) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า เมื่อนำแท่งกราฟของระยะโก่งตัวสูงสุดไปเทียบเคียงกับระยะโก่งตัวที่ยอมให้แล้วระยะโก่งตัวสูงสุดของแผ่นพื้นความยาว 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตรมีค่าเกินระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ดังนั้นผลการวิเคราะห์จึงสรุปได้ว่า แผ่นพื้นความยาว 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร เมื่อต้องรับแรงพลศาสตร์จากกิจกรรมของมนุษย์ จะเกิดระยะโก่งตัวสูงสุดไม่เกินกว่าระยะโก่งตัวที่ยอมให้จึงถือว่ามีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.3.2 แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์

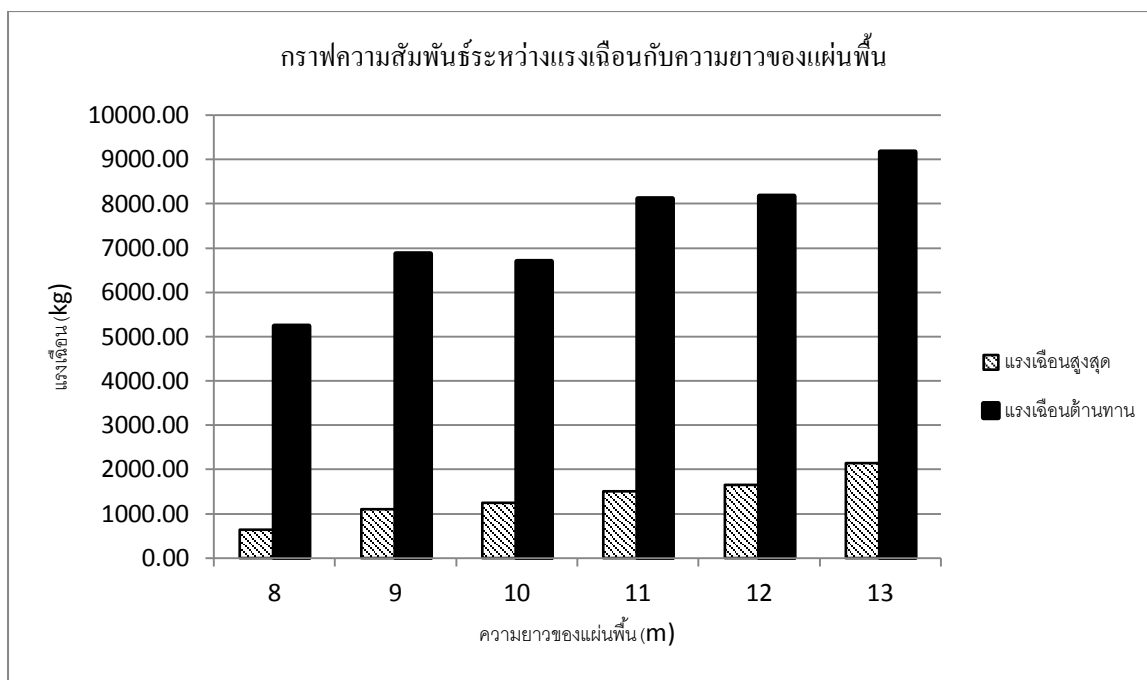
จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นข้างต้น สามารถแสดงค่าของแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-3 โดยมีวิธีการคำนวณหาแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทานดังนี้

$$\begin{aligned} \text{แรงเฉือนสูงสุด} \quad V_{\max} &= \frac{P_{\max}}{2} \\ \text{โดยที่} \quad P_{\max} &= \frac{48EI}{L^3} \times X_{\max} \end{aligned}$$

แรงเฉือนต้านทานจากบริษัทผู้ผลิตแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง

ตารางที่ 4-3 ค่าของแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	แรงเฉือนสูงสุด ($V_{\max}$)	แรงเฉือนต้านทาน (ϕV_n)
(m)	(kg)	(kg)
8	642.79	5233
9	1105.99	6871
10	1242.93	6701
11	1511.77	8110
12	1646.38	8178
13	2146.29	9170



รูปที่ 4.22 กราฟความสัมพันธ์แรงเฉือนกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.22 ซึ่งแท่งกราฟจะประกอบไปด้วยแรงเฉือนต้านทาน (ϕV_n) กับแรงเฉือนสูงสุด (V_{max}) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า แท่งกราฟของแรงเฉือนสูงสุดมีแนวโน้มค่อนข้างมากขึ้นตามความยาวของแผ่นพื้น แต่เมื่อนำไปเทียบกับแรงเฉือนต้านทานแล้วแรงเฉือนสูงสุดมีค่าไม่เกินแรงเฉือนต้านทาน ดังนั้นผลการวิเคราะห์จึงสรุปได้ว่า แผ่นพื้นความยาวตั้งแต่ 8 เมตรถึง 13 เมตร เมื่อต้องรับแรงพลศาสตร์จากกิจกรรมของมนุษย์ จะเกิดแรงเฉือนสูงสุดไม่เกินกว่าแรงเฉือนต้านทานจึงถือว่ามีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.3.3 โมเมนต์ดัดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นข้างต้น สามารถแสดงค่าของโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-4 โดยมีวิธีการคำนวณหาโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทานดังนี้

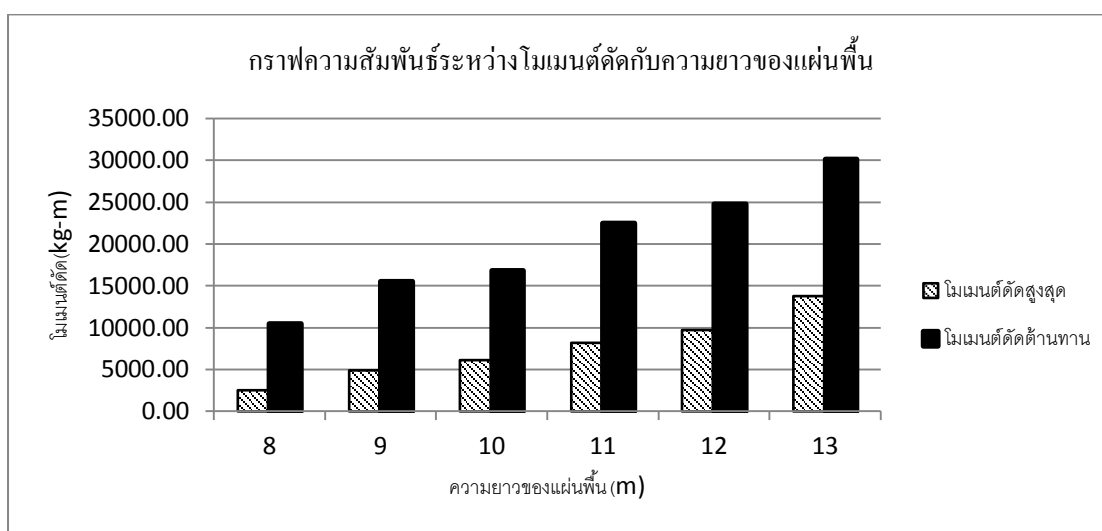
$$\text{โมเมนต์ดัดสูงสุด} \quad M_{max} = \frac{P_{max} L}{4}$$

$$\text{โดยที่} \quad P_{max} = \frac{48EI}{L^3} \times u_{max}$$

โมเมนต์ดัดต้านทานจากบริษัทผู้ผลิตแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง

ตารางที่ 4-4 ค่าของโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	โมเมนต์ดัดสูงสุด (M_{max})	โมเมนต์ดัดต้านทาน (ϕM_n)
(m)	(kg-m)	(kg-m)
8	2506.90	10473
9	4866.34	15559
10	6090.38	16847
11	8163.55	22522
12	9713.67	24756
13	13736.27	30169

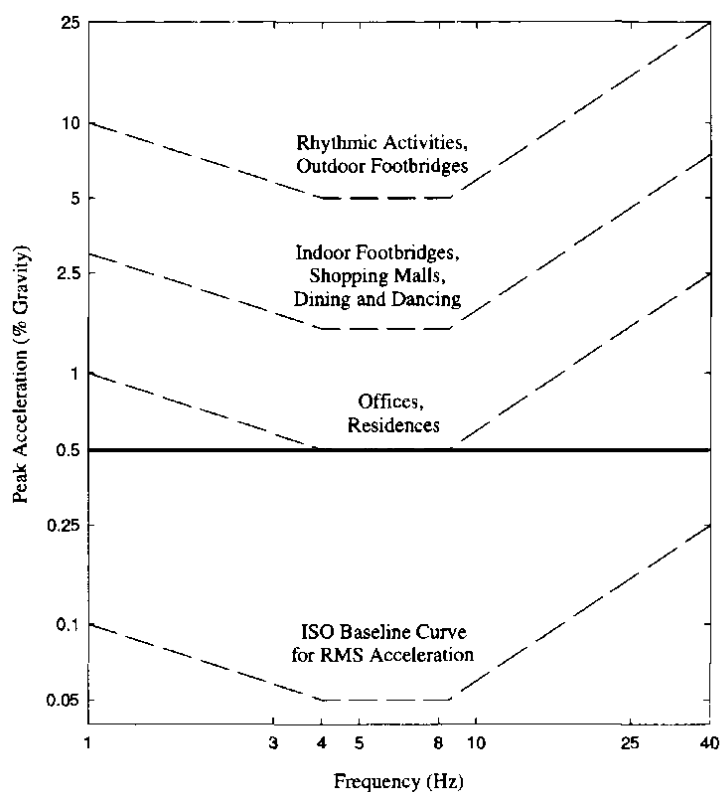


รูปที่ 4.23 กราฟความสัมพันธ์โมเมนต์ดัดกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.23 ซึ่งแท่งกราฟจะประกอบไปด้วยโมเมนต์ดัดต้านทาน [(ϕM_n)] กับโมเมนต์ดัดสูงสุด [(M_{max})] เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า แท่งกราฟของโมเมนต์ดัดสูงสุดมีแนวโน้มค่อนข้างมากขึ้น แต่เมื่อนำไปเทียบกับโมเมนต์ดัดต้านทานแล้วโมเมนต์ดัดสูงสุดมีค่าไม่เกินโมเมนต์ดัดต้านทาน ดังนั้นผลการวิเคราะห์จึงสรุปได้ว่า แผ่นพื้นความยาวตั้งแต่ 8 เมตรถึง 13 เมตร เมื่อต้องรับแรงพลศาสตร์จากกิจกรรมของมนุษย์ จะเกิดโมเมนต์ดัดสูงสุดไม่เกินกว่าโมเมนต์ดัดต้านทานจึงมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.3.4 ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นข้างต้น สามารถแสดงค่าของความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณและจากรูปที่ 4.24 ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-5 โดยมีวิธีการหาความเร่งเฉลี่ยจากรูปที่ 4.24 ดังนี้



รูปที่ 4.24 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์

สำหรับการสั่นสะเทือนเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์

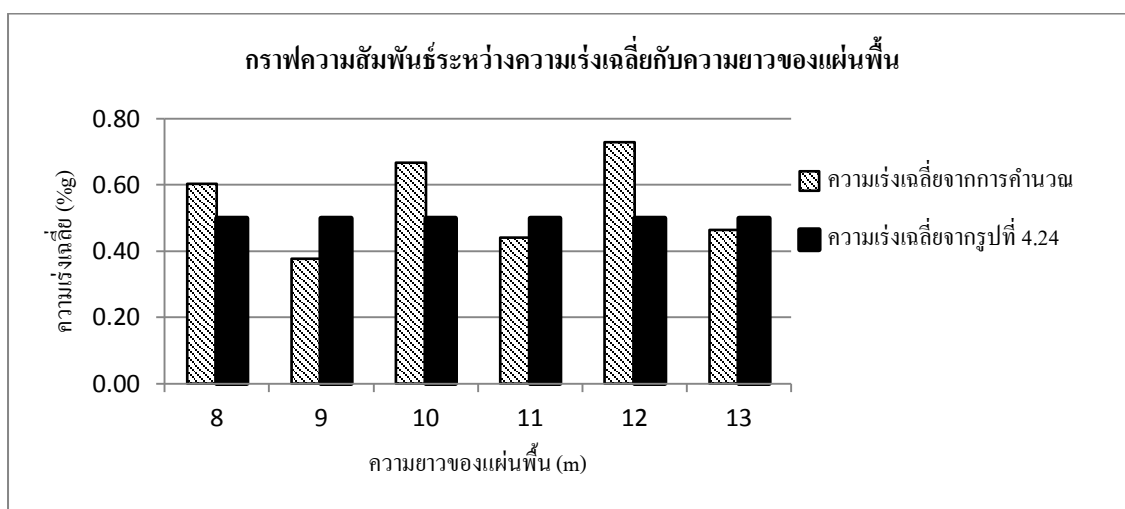
(Allen และ Murray, 1993; มาตรฐาน ISO 2631-2:1989)

โดยเลือกพิจารณาที่ Offices, Residences

จากรูปที่ 4.24 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์สำหรับการสั่นสะเทือนเนื่องจากพฤติกรรมเดินของมนุษย์ โดยเลือกพิจารณาที่ Offices, Residences จึงเลือกใช้ความเร่งสูงสุดอยู่ที่ประมาณ 0.5 %g ทุกช่วงความยาวของแผ่นพื้น ซึ่งความถี่ของมนุษย์ที่เลือกใช้จากรูปที่ 2-1 เท่ากับ 1.9 รอบต่อวินาที

ตารางที่ 4-5 ค่าของความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณและจากรูปที่ 4.24 ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	ความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณ (a_{rms})	ความเร่งเฉลี่ยจากรูปที่ 4.24 (a_{rms}^*)
(m)	(%g)	(%g)
8	0.60	0.50
9	0.38	0.50
10	0.67	0.50
11	0.44	0.50
12	0.73	0.50
13	0.46	0.50



รูปที่ 4.25 กราฟความสัมพันธ์ความเร่งเฉลี่ยกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้ ที่แสดงดังรูปที่ 4.25 ซึ่งประกอบไปด้วยแท่งกราฟความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณ (a_{rms}) และความเร่งเฉลี่ยจากรูปที่ 4.24 (a_{rms}^*) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่าที่ความยาวของแผ่นพื้นเท่ากับ 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารยังไม่รู้สึกว่ามีเสียงรบกวน แต่ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารเริ่มรู้สึกว่าเสียงรบกวน

4.4 วิเคราะห์ผลการคำนวณแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมกระตุ้นแอโรบิกของมนุษย์

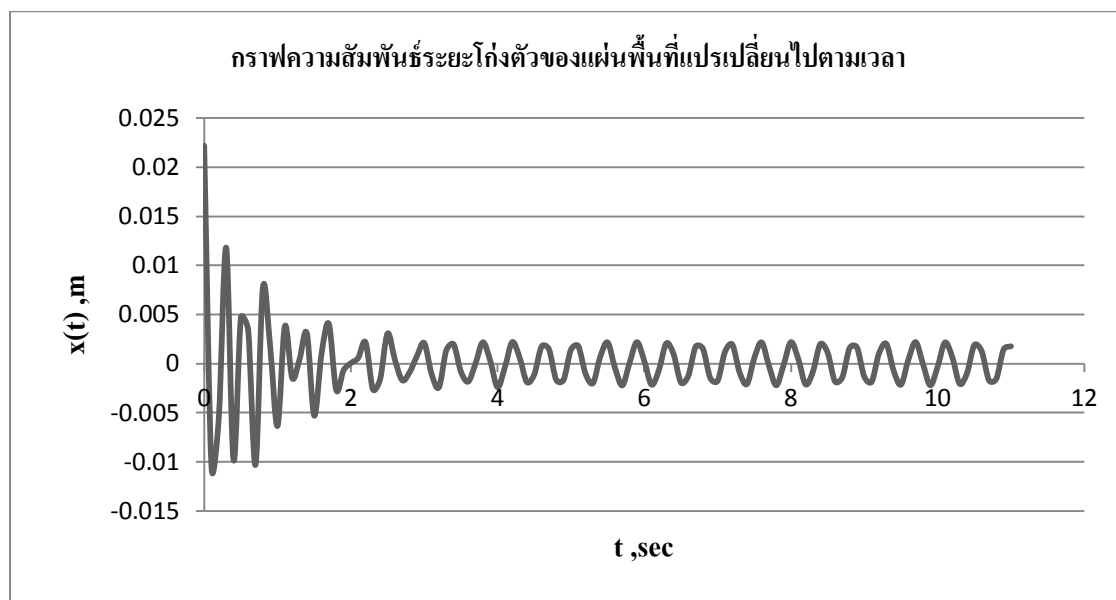
จากการคำนวณจะได้สมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\dot{x}(t)]$ และสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ จากนั้นนำสมการที่ได้ไปพล็อตกราฟความสัมพันธ์ดังกล่าวกับเวลาที่เปลี่ยนไปพร้อมทำการวิเคราะห์ผลการคำนวณ ดังนี้

4.4.1 วิเคราะห์กราฟจากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น

4.4.1.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.26

$$x(t) = 0.02e^{-1.135t} \cos(22.7198t) + 0.0008e^{-1.135t} \sin(22.7198t) + (2.5231 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.1921 \times 10^{-3}) \cos(14.32t)$$



รูปที่ 4.26 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 8 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

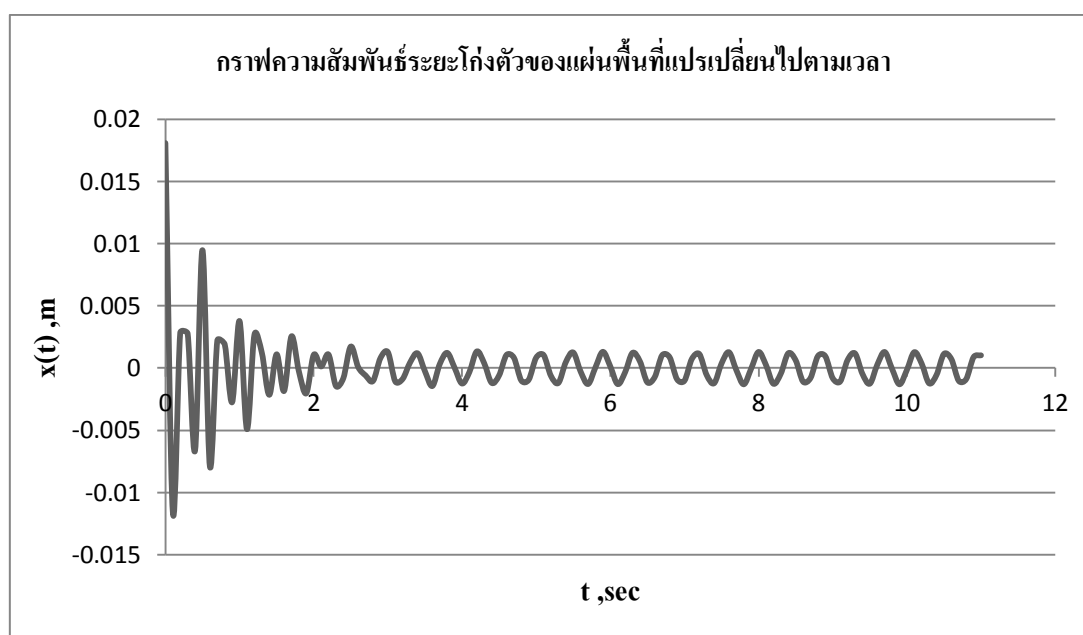
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.26 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 4.4 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0222 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 4.5 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0022 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 4.5 เป็นต้นไป

4.4.1.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.27

$$x(t) = 0.0165e^{-1.27t} \cos(25.3897t) + 0.0008e^{-1.27t} \sin(25.3897t) + (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.27 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 9 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

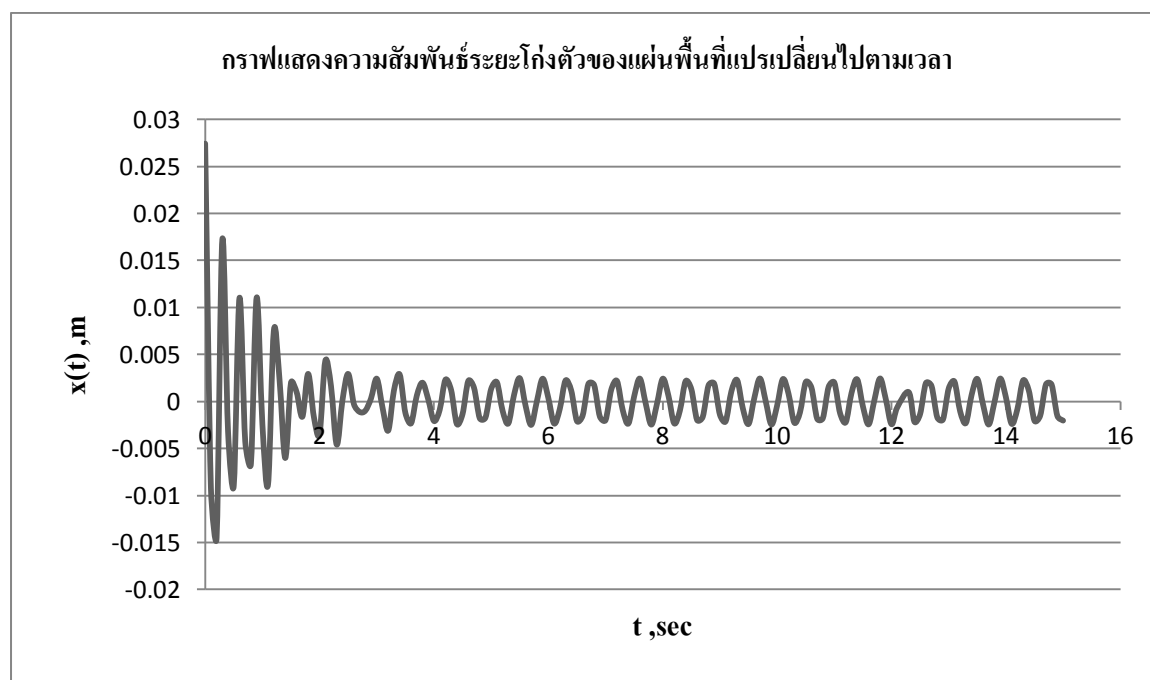
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.27 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.3 มีระยะโก่งตัวสูงสุด 0.0181 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป มีระยะโก่งตัวสูงสุด 0.0013 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 9 เมตร มีระยะโก่งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป

4.4.1.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.28

$$x(t) = 0.025e^{-1.03t} \cos(20.5655t) + 0.001e^{-1.03t} \sin(20.5655t) \\ + (3.7011 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.4263 \times 10^{-3}) \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.28 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 10 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

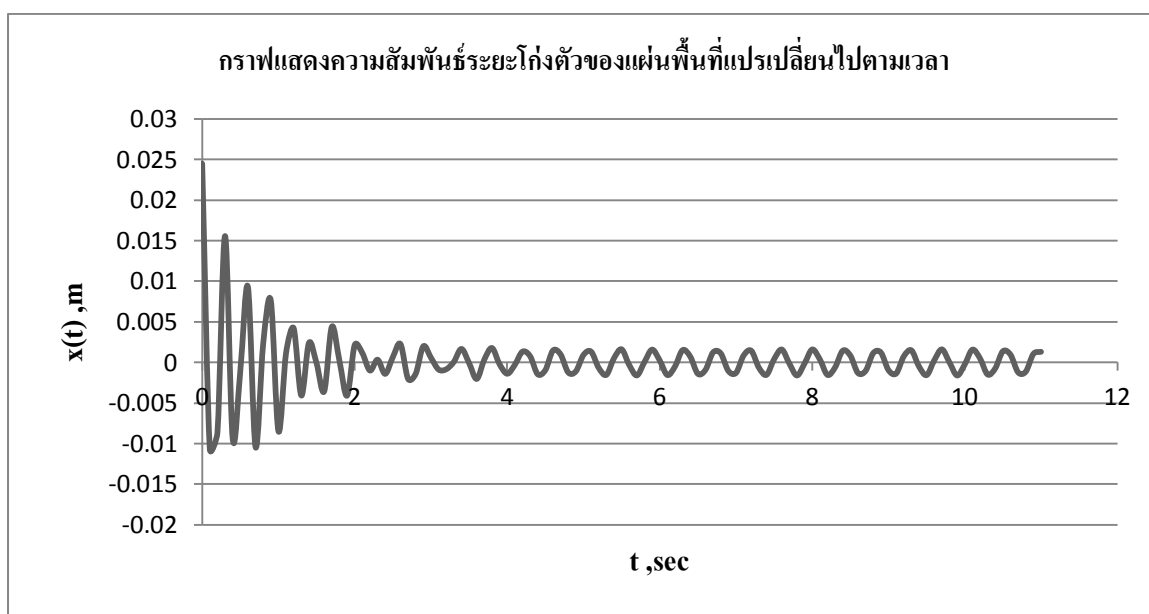
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.28 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.3 มีระยะโก่งตัวสูงสุด 0.0274 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป มีระยะโก่งตัวสูงสุด 0.0025 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 10 เมตร มีระยะโก่งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป

4.4.1.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากสมการของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.29

$$x(t) = 0.0229e^{-1.09t} \cos(21.800t) + 0.0010e^{-1.09t} \sin(21.800t) + (2.0547 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.6015 \times 10^{-3}) \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.29 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นยาว 11 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

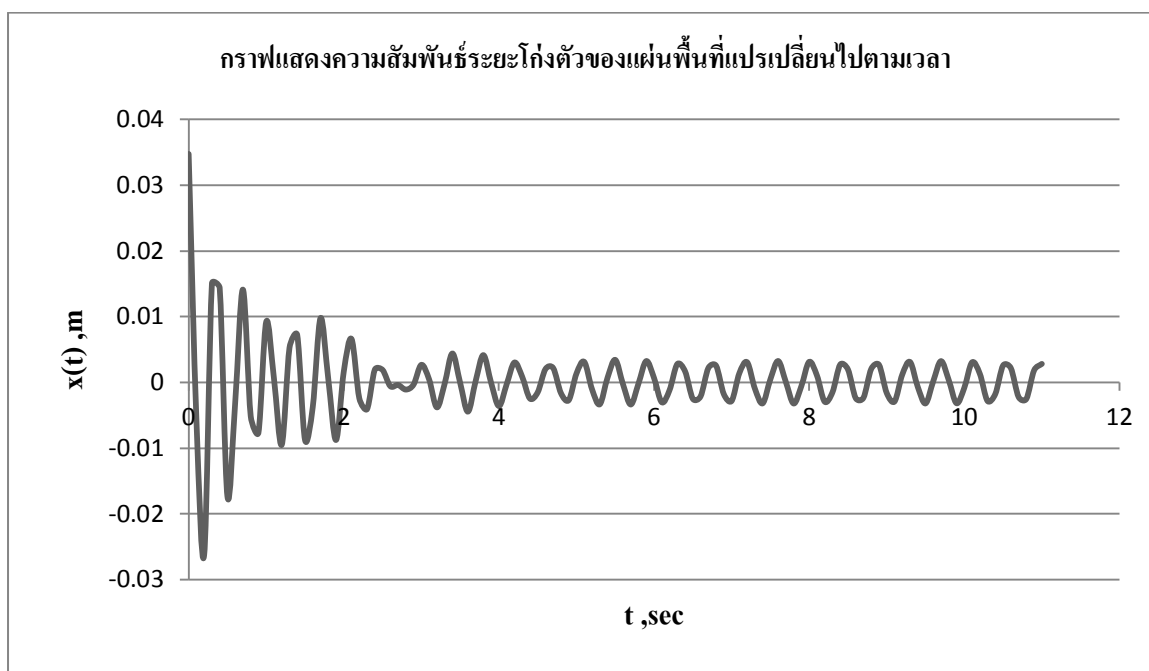
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.29 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.3 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0245 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0016 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 11 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป

4.4.1.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.30

$$x(t) = 0.0316e^{-0.9t} \cos(18.319t) + 0.0009e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + (7.5670 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (3.1467 \times 10^{-3}) \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.30 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 12 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

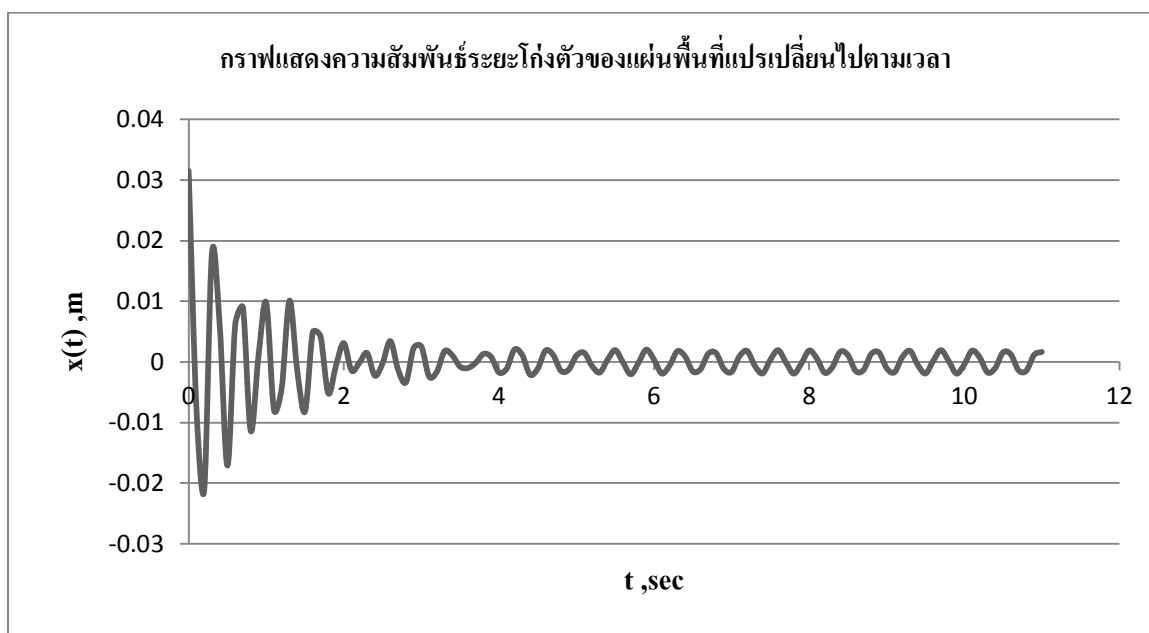
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.30 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.3 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0347 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0034 เมตร

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 12 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.4 เป็นต้นไป

4.4.1.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากสมการของระยะโค้งตัวของแผ่นพื้น $[x(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.31

$$x(t) = 0.0296e^{-0.96t} \cos(19.189t) + 0.0012e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ + (3.7305 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.9069 \times 10^{-3}) \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.31 กราฟความสั่นพ้องระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นยาว 13 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ระยะโค้งตัวของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.31 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.7 มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0315 เมตร และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.8 เป็นต้นไป มีระยะโค้งตัวสูงสุด 0.0020 เมตร

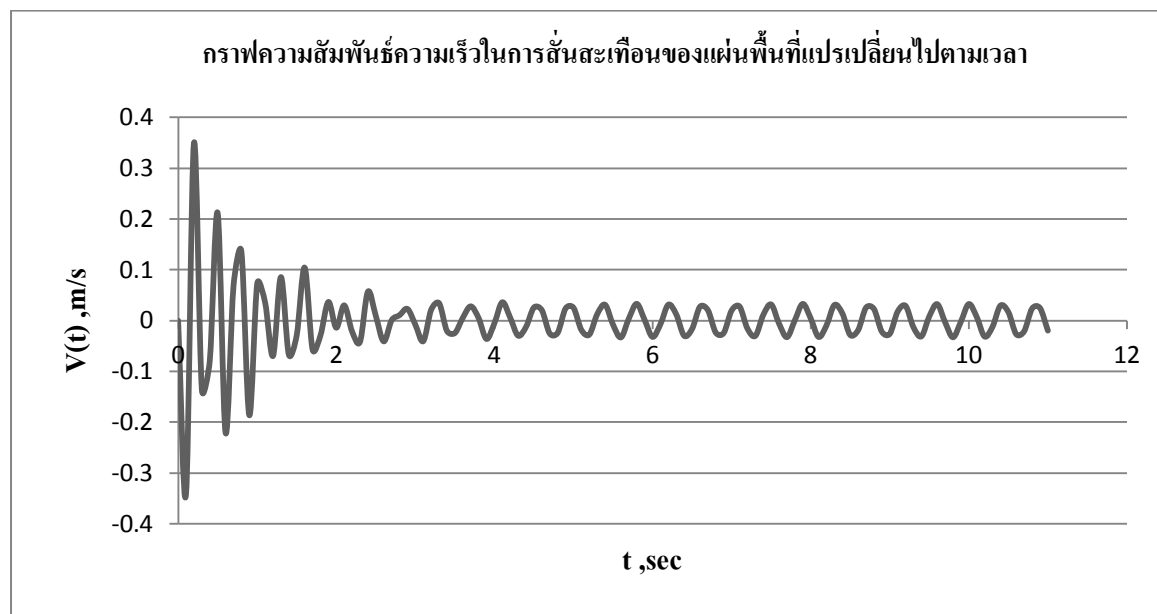
ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 13 เมตร มีระยะโค้งตัวที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.8 เป็นต้นไป

4.4.2 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น

4.4.2.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.32

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(3.8 \times 10^{-3})e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - 0.4553e^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ & + (3.7645 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0327 \sin(11.94t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.32 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

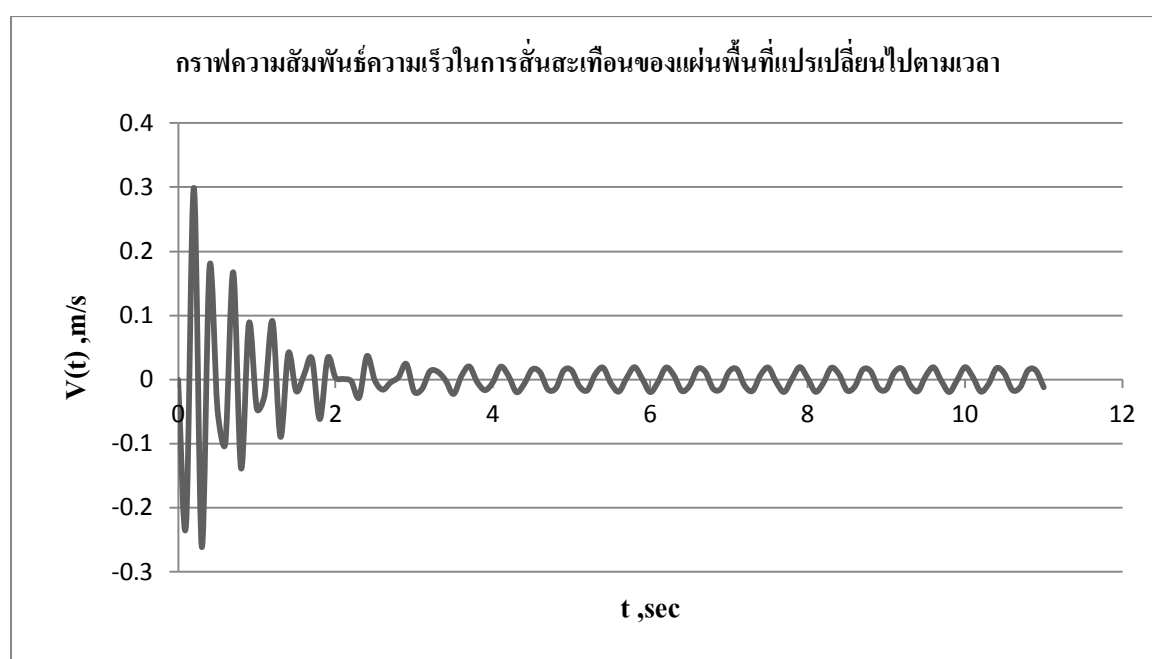
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.32 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.6 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3494 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.7 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0331 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 8 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.7 เป็นต้นไป

4.4.2.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.33

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(1.8 \times 10^{-3})e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.4199e^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ & + (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(11.94t) - 0.0194 \sin(14.92t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.33 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

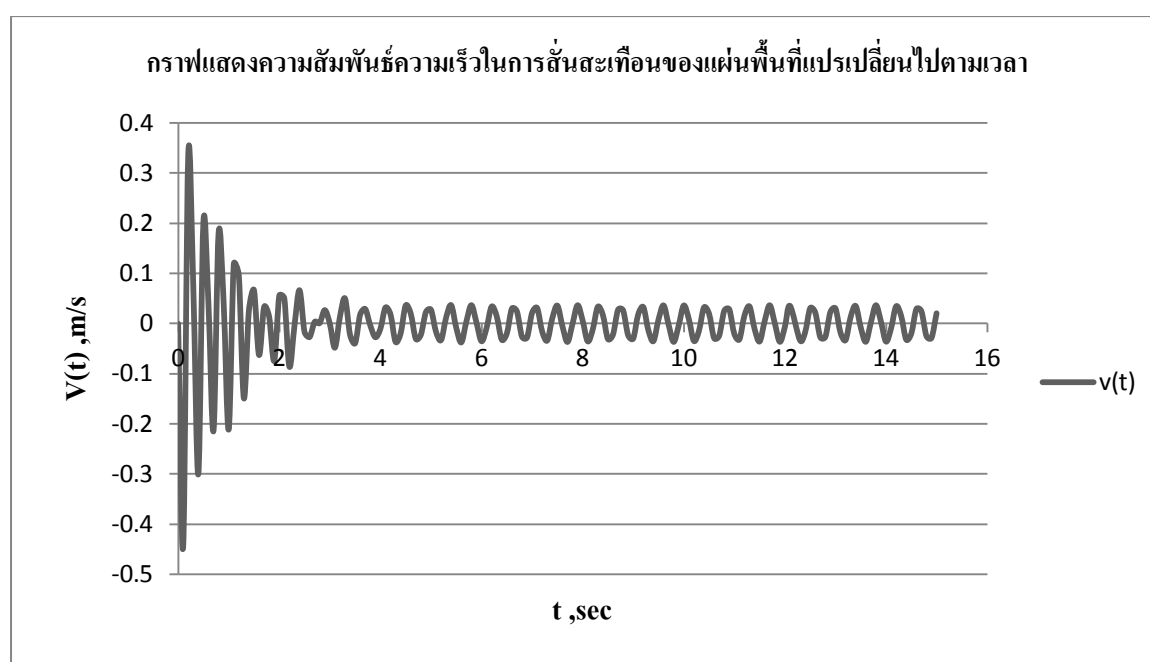
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.33 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 4.3 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.2989 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 4.4 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0196 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 9 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 4.4 เป็นต้นไป

4.4.2.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.34

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -(5.6 \times 10^{-3})e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 0.5151e^{-1.03t} \sin(20.5655t) \\ & + (5.5220 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0362 \sin(14.92t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.34 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

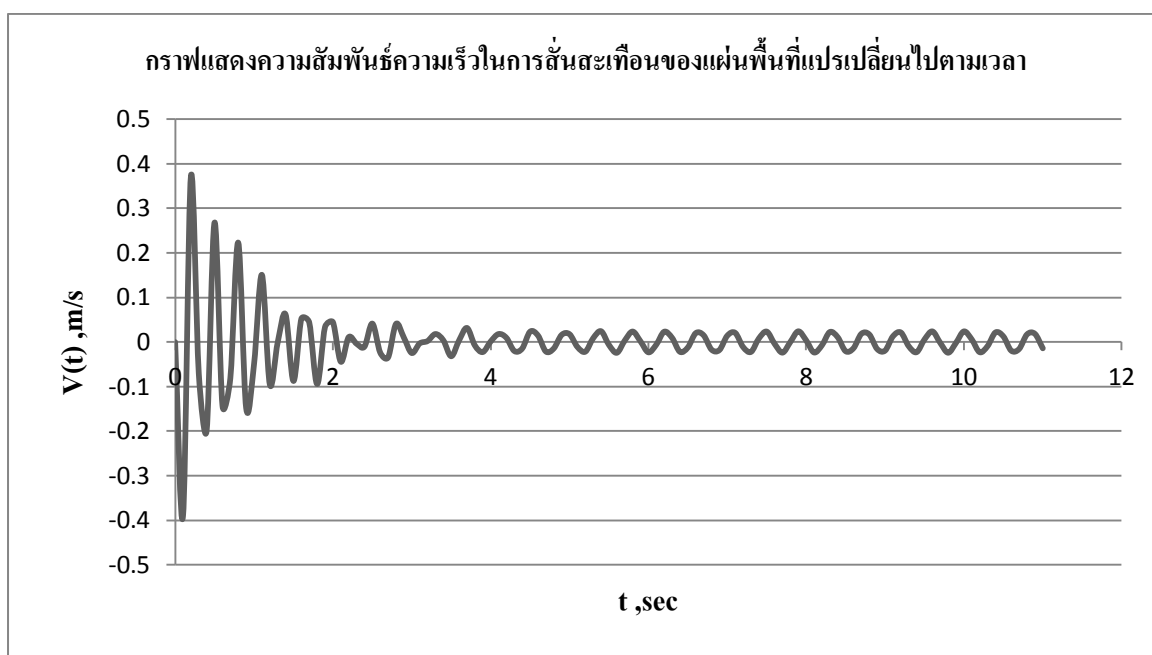
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.34 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.6 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.4442 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.7 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0367 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 10 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.7 เป็นต้นไป

4.4.2.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.35

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -0.0032e^{-1.09t} \cos(21.800t) - 0.5003e^{-1.09t} \sin(21.800t) \\ & + (3.0656 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0239 \sin(14.92t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.35 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

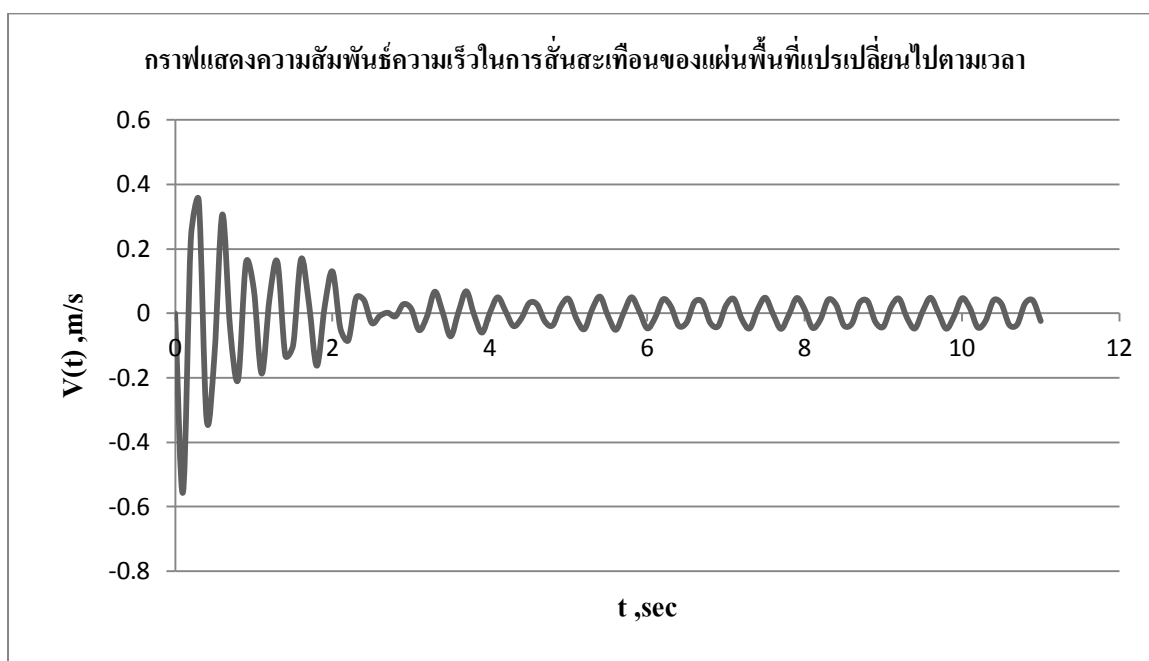
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.35 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.2 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3899 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.3 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0242 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 11 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.3 เป็นต้นไป

4.4.2.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.36

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) = & -0.0119e^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.5797e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ & + 0.0113 \cos(14.92t) - 0.0469 \sin(14.92t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.36 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

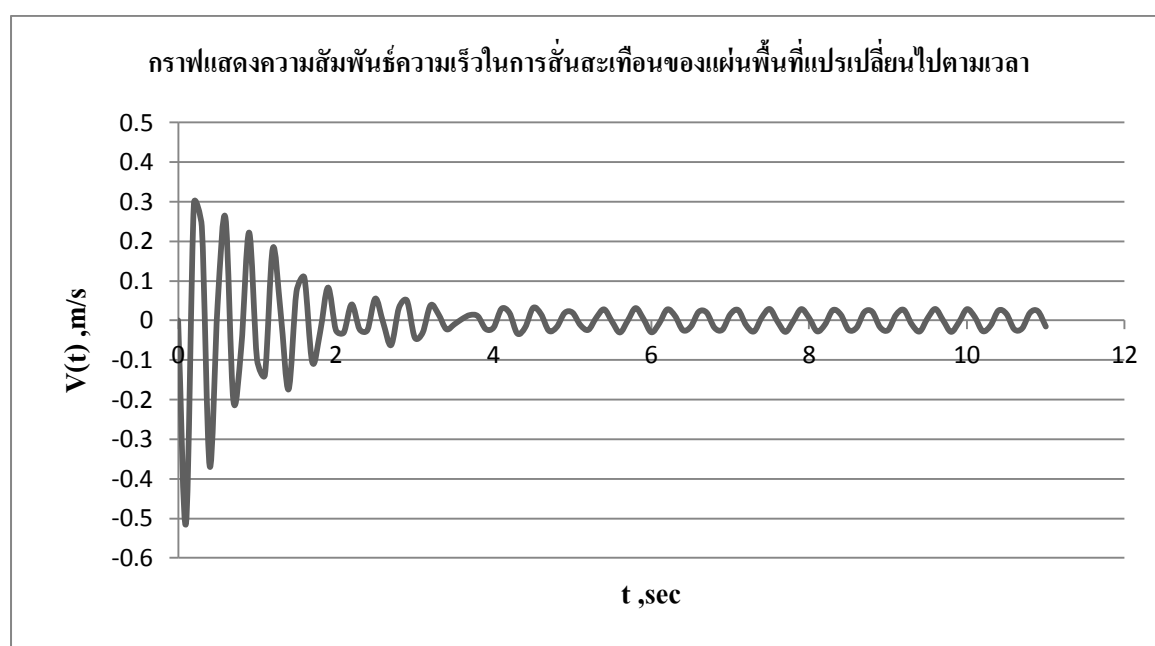
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.36 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.2 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.5549 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.3 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0516 เมตรต่อวินาที

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 12 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.3 เป็นต้นไป

4.4.2.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากสมการของความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\dot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.37

$$\dot{x}(t) = -0.0054e^{-0.96t} \cos(19.189t) - 0.5692e^{-0.96t} \sin(19.189t) + (5.5659 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0285 \sin(14.92t)$$



รูปที่ 4.37 กราฟความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร็วในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.37 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.6 มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.5124 เมตรต่อวินาที และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.7 เป็นต้นไป มีความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.0311 เมตรต่อวินาที

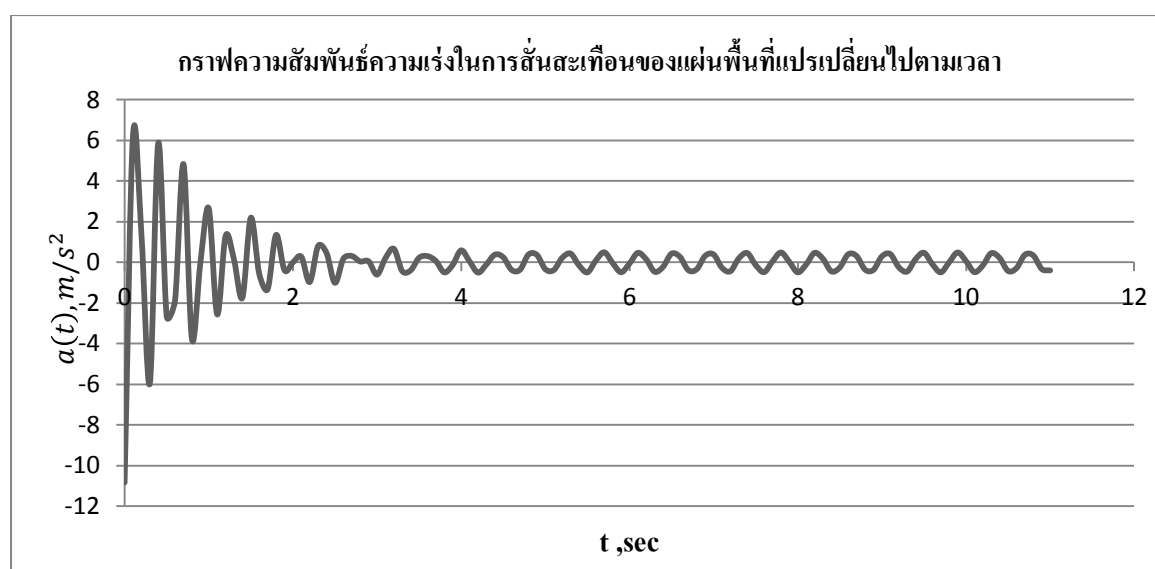
ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 13 เมตร มีความเร็วที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.7 เป็นต้นไป

4.4.3 วิเคราะห์กราฟจากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น

4.4.3.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.38

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & 0.6031e^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 10.34e^{-1.135t} \cos(22.7198t) \\ & - 0.0562 \sin(14.92t) - 0.4878 \cos(14.92t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.38 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 8 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

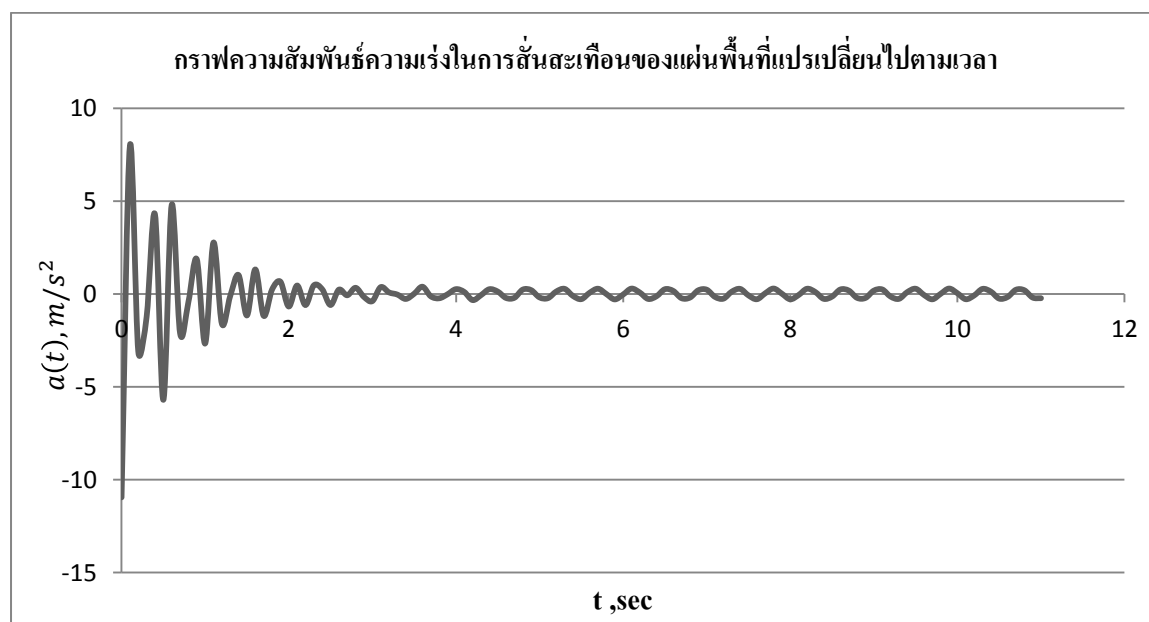
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.38 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.5 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 10.8278 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.4999 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 8 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป

4.4.3.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $\ddot{x}(t)$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.39

$$\ddot{x}(t) = 0.5790e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 10.6588e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.0259 \sin(14.92t) - 0.2894 \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.39 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 9 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

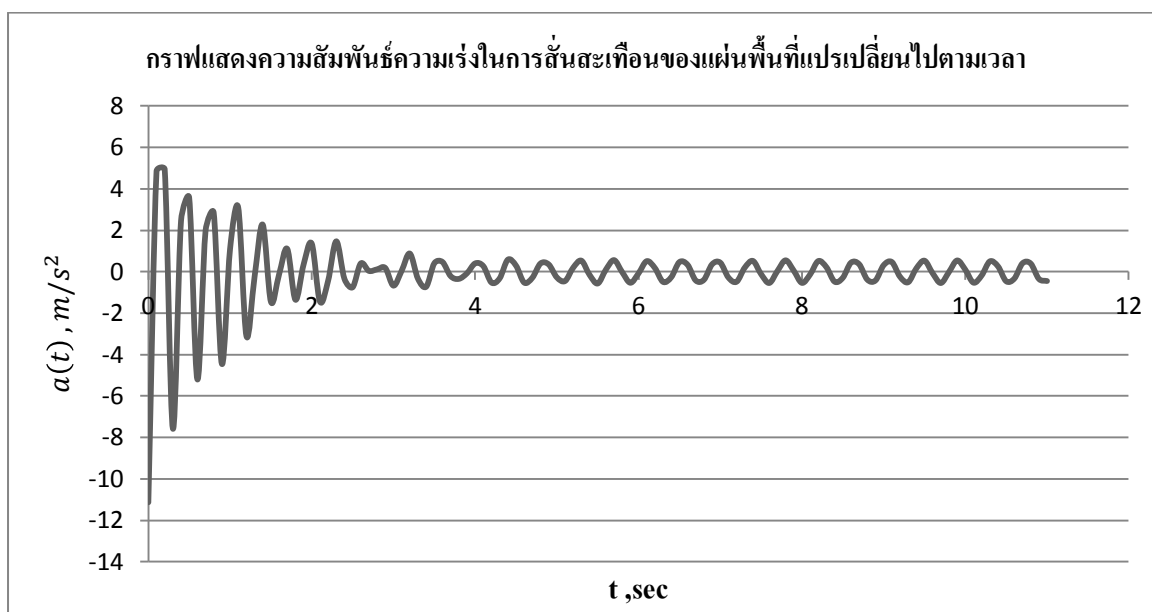
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.39 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 4.2 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 10.9482 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 4.3 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.2942 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 9 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 4.3 เป็นต้นไป

4.4.3.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.40

$$\ddot{x}(t) = 0.6457e^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 10.5875e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 0.0824 \sin(14.92t) - 0.5401 \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.40 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 10 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

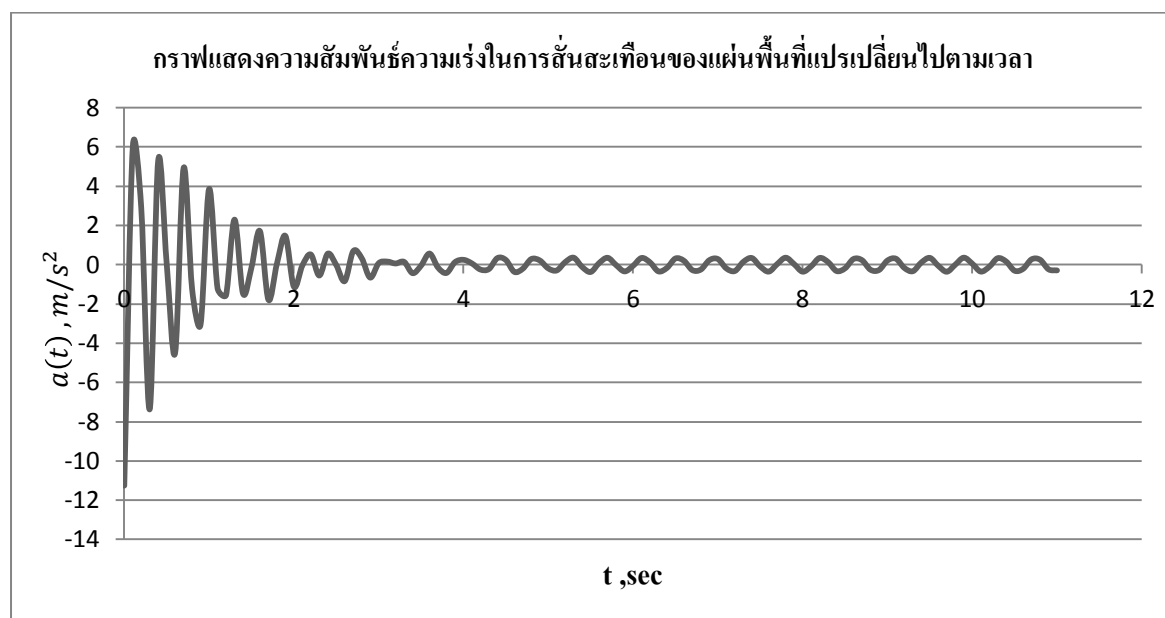
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.40 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.5 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.1276 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.5600 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 10 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป

4.4.3.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.41

$$\ddot{x}(t) = 0.6151e^{-1.09t} \sin(21.800t) - 10.9030e^{-1.09t} \cos(21.800t) - 0.0457 \sin(14.92t) - 0.3566 \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.41 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 11 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

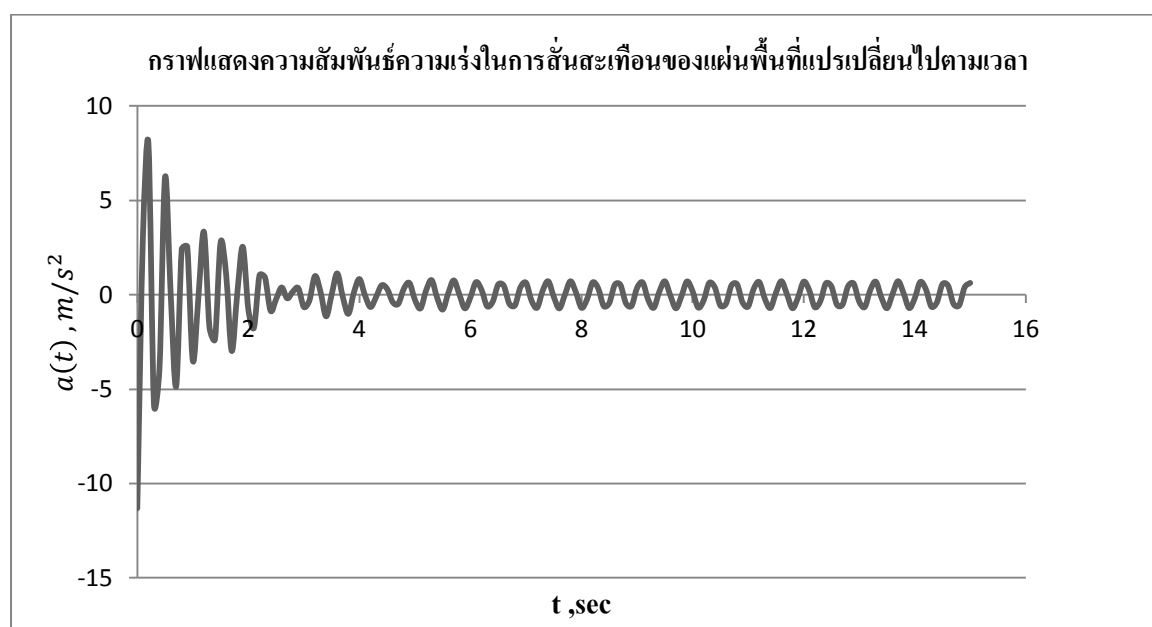
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.41 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.5 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.2569 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.3595 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่มีความยาว 11 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.6 เป็นต้นไป

4.4.3.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.42

$$\ddot{x}(t) = 0.7397e^{-0.9t} \sin(18.319t) - 10.6088e^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.1686 \sin(14.92t) - 0.6997 \cos(14.92t)$$



รูปที่ 4.42 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 12 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

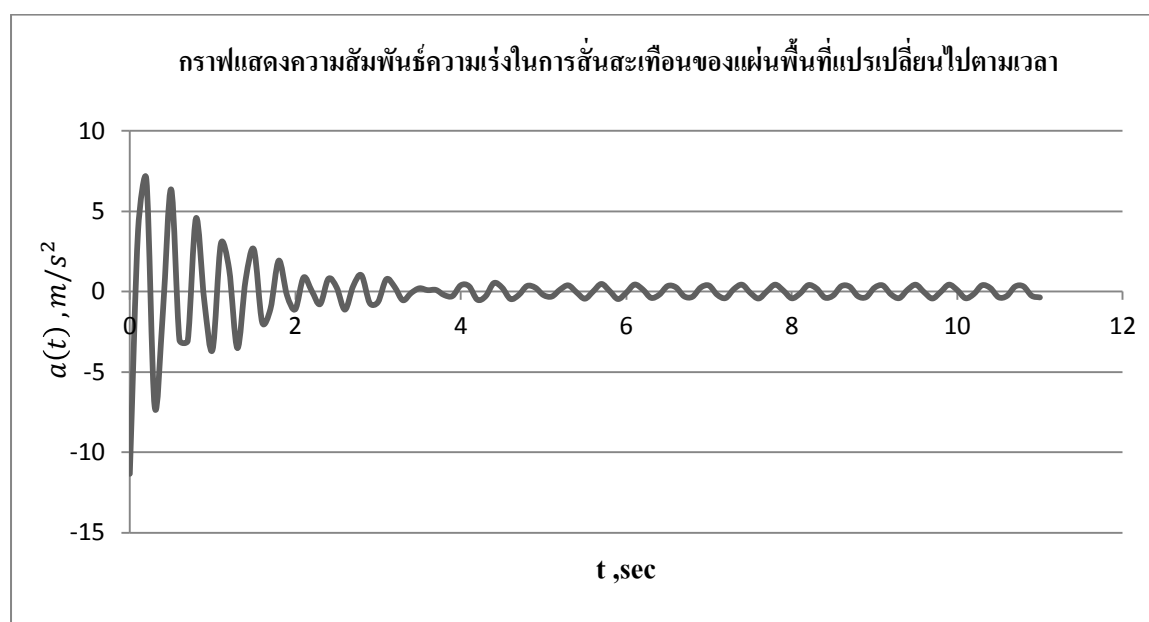
จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.42 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.1 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.3085 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 5.2 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.7846 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 12 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 5.2 เป็นต้นไป

4.4.3.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากสมการของความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้น $[\ddot{x}(t)]$ สามารถนำมาพล็อตกราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาได้ดังรูปที่ 4.43

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & 0.6500e^{-0.96t} \sin(19.189t) - 10.9172e^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ & - 0.0830 \sin(14.92t) - 0.4252 \cos(14.92t)\end{aligned}$$



รูปที่ 4.43 กราฟความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นยาว 13 เมตรที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลา

จากผลการวิเคราะห์กราฟความสัมพันธ์ความเร่งในการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นที่แปรเปลี่ยนไปตามเวลาดังรูปที่ 4.43 พบว่าการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะไม่คงที่ (Transient State) เริ่มจากวินาทีที่ 0 จนถึงวินาทีที่ 5.9 มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 11.3424 เมตรต่อวินาที² และการสั่นสะเทือนในช่วงสภาวะคงที่ (Steady State) เริ่มจากวินาทีที่ 6.0 เป็นต้นไป มีความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุด 0.4356 เมตรต่อวินาที²

ดังนั้นสามารถสรุปผลการวิเคราะห์ได้ว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 13 เมตร มีความเร่งที่เริ่มเข้าสู่สภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือนที่วินาทีที่ 6.0 เป็นต้นไป

4.4.4 สรุปการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์

จากการคำนวณวิเคราะห์ข้างต้น สามารถสรุปการวิเคราะห์ผลการคำนวณได้ดังตารางที่ 4-1 ซึ่งการคำนวณเพิ่มเติมคือค่าของความเร่ง a (%g) และความเร่งเฉลี่ย a_{rms} (%g) โดยแสดงวิธีการคำนวณดังนี้

$$\text{ความเร่ง} \quad a = \frac{a_{\max} \times 100}{9.81} \quad \text{หน่วย (\%g)}$$

$$\text{ความเร่งเฉลี่ย} \quad a_{rms} = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad \text{หน่วย (\%g)}$$

ตารางที่ 4-6 ค่าของระยะ โกงตัว ความเร็ว และความเร่ง ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วง ความยาว ของพื้น (L)	ความถี่ (f)	คาบ (T)	Transient State			Steady State			
			การโก่ง (u)	ความเร็ว (v)	ความ เร่ง (a)	การโก่ง (u)	ความเร็ว (v)	ความ เร่ง (a)	ความเร่ง เฉลี่ย (a_{rms})
(m)	(Hz)	(sec)	(mm)	(mm/s)	(%g)	(mm)	(m/s)	(%g)	(%g)
8	3.61	0.276	22.19	349.36	110.38	2.22	33.14	5.10	3.60
9	4.05	0.247	18.10	298.90	111.60	1.31	19.64	3.00	2.12
10	3.28	0.305	27.42	444.22	113.43	2.49	36.73	5.71	4.04
11	3.47	0.288	24.50	389.86	114.78	1.61	24.21	3.67	2.59
12	2.92	0.342	34.75	554.91	115.28	3.42	51.56	8.00	5.66
13	3.06	0.327	31.50	512.38	115.62	2.04	31.12	4.44	3.14

4.4.4.1 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.61 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.276 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 22.19 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 349.36 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 110.38 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 2.22 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 33.14 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 5.10 %g และความเร่งเฉลี่ย เท่ากับ 3.60 %g

4.4.4.2 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 9 เมตร มีความถี่เท่ากับ 4.05 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.247 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 18.10 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 298.90 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 111.60 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 1.31 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 19.64 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 3.00 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 2.12 %g

4.4.4.3 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 10 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.28 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.305 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 27.42 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 444.22 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 113.43 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 2.49 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 36.73 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 5.71 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 4.04 %g

4.4.4.4 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 11 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.47 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.288 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 24.50 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 389.86 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 114.78 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 1.61 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 24.21 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 3.67 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 2.59 %g

4.4.4.5 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร มีความถี่เท่ากับ 2.92 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.342 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 34.75 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 554.91 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 115.28 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) ระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 3.42 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 51.56 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 8.00 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 5.66 %g

4.4.4.6 ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร

จากการพิจารณาตารางที่ 4-1 พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 13 เมตร มีความถี่เท่ากับ 3.06 รอบต่อวินาที และมีคาบของคลื่นความถี่การสั่นสะเทือนเท่ากับ 0.327 วินาที ในช่วงสภาวะไม่คงที่ในการสั่นสะเทือน (Transient State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 31.50 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 512.38 มิลลิเมตรต่อวินาที และความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 115.62 %g ส่วนในช่วงสภาวะคงที่ในการสั่นสะเทือน (Steady State) มีระยะโก่งตัวสูงสุดเท่ากับ 2.04 มิลลิเมตร ความเร็วในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 31.12 มิลลิเมตรต่อวินาที ความเร่งในการสั่นสะเทือนสูงสุดเท่ากับ 4.44 %g และความเร่งเฉลี่ยเท่ากับ 3.14 %g

4.5 ผลการวิเคราะห์แผ่นพื้นอันเนื่องมาจากพฤติกรรมการเดินแอโรบิคของมนุษย์

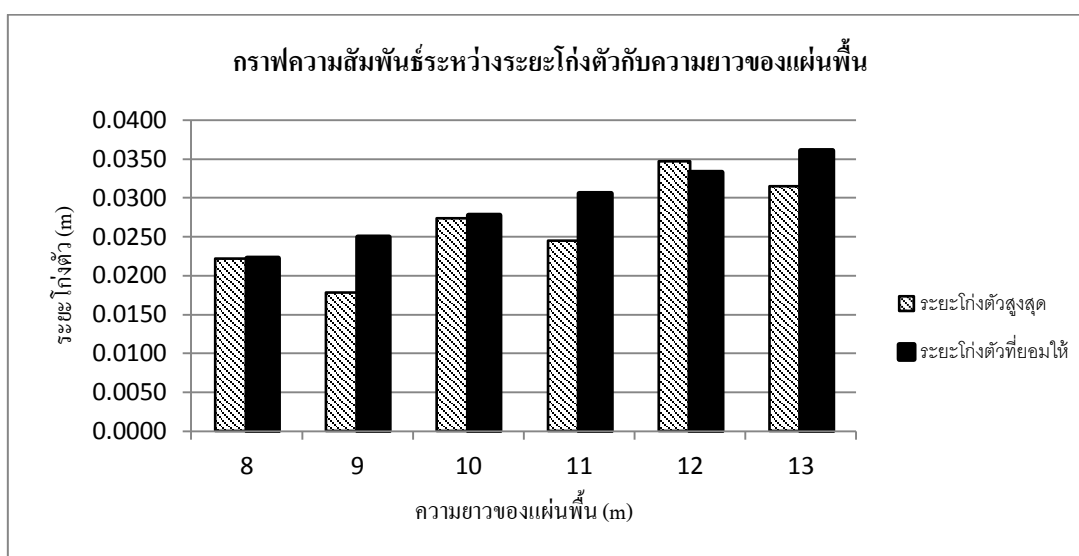
ในหัวข้อนี้จะกล่าวถึงการวิเคราะห์ทั้งหมดที่ได้กล่าวมาในข้างต้น ซึ่งประกอบด้วยระยะโก่งตัว แรงเฉือน และโมเมนต์คัตของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ และระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้

4.5.1 ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น สามารถแสดงค่าของระยะโก่งตัวสูงสุดและระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-2

ตารางที่ 4-7 ค่าของระยะโก่งตัวสูงสุดและระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L) (m)	ระยะโก่งตัวสูงสุด ($u_{\max}$) (m)	ระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ($L/360$) (m)
8	0.0222	0.022
9	0.0178	0.024
10	0.0274	0.027
11	0.0245	0.030
12	0.0347	0.033
13	0.0315	0.036



รูปที่ 4.44 กราฟความสัมพันธ์ระยะโก่งตัวกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.54 ซึ่งแท่งกราฟจะประกอบไปด้วยระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ($L/360$) กับระยะโก่งตัวสูงสุด ($u_{\max}$ ที่ Steady State จากตารางที่ 4-1) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า เมื่อนำแท่งกราฟของระยะโก่งตัวสูงสุดไปเทียบเคียงกับระยะโก่งตัวที่ยอมให้แล้วระยะโก่งตัวสูงสุดของแผ่นพื้นความยาว 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตรมีค่าเกินระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ดังนั้นผลการวิเคราะห์จึงสรุปได้ว่า แผ่นพื้นความยาว 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร เมื่อต้องรับแรงพลศาสตร์จากกิจกรรมของมนุษย์ จะเกิดระยะโก่งตัวสูงสุดไม่เกินกว่าระยะโก่งตัวที่ยอมให้จึงถือว่ามีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.5.2 แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์

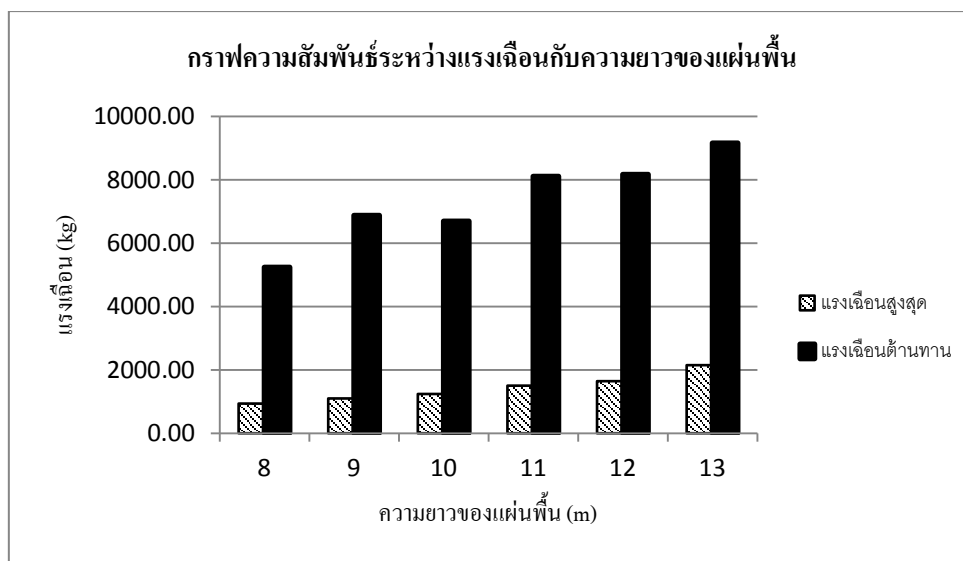
จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นข้างต้น สามารถแสดงค่าของแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-3 โดยมีวิธีการคำนวณหาแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทานดังนี้

$$\begin{aligned} \text{แรงเฉือนสูงสุด} \quad V_{\max} &= \frac{P_{\max}}{2} \\ \text{โดยที่} \quad P_{\max} &= \frac{48EI}{L^3} \times u_{\max} \end{aligned}$$

แรงเฉือนต้านทานจากบริษัทผู้ผลิตแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง

ตารางที่ 4-8 ค่าของแรงเฉือนสูงสุดและแรงเฉือนต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	แรงเฉือนสูงสุด ($V_{\max}$)	แรงเฉือนต้านทาน (ϕV_n)
(m)	(kg)	(kg)
8	938.27	5233
9	1126.78	6871
10	1244.39	6701
11	1511.77	8110
12	1651.47	8178
13	2144.93	9170



รูปที่ 4.45 กราฟความสัมพันธ์แรงเฉือนกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.55 ซึ่งแท่งกราฟจะประกอบไปด้วยแรงเฉือนต้านทาน (ϕV_n) กับแรงเฉือนสูงสุด (V_{max}) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า แท่งกราฟของแรงเฉือนสูงสุดมีแนวโน้มค่อนข้างมากขึ้น แต่เมื่อนำไปเทียบเคียงกับแรงเฉือนต้านทานแล้วแรงเฉือนสูงสุดมีค่าไม่เกินแรงเฉือนต้านทาน ดังนั้นผลการวิเคราะห์จึงสรุปได้ว่า แผ่นพื้นความยาวตั้งแต่ 8 เมตรถึง 13 เมตร เมื่อต้องรับแรงพลศาสตร์จากกิจกรรมของมนุษย์ จะเกิดแรงเฉือนสูงสุดไม่เกินกว่าแรงเฉือนต้านทานจึงถือว่ามีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.5.3 โมเมนต์ดัดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นข้างต้น สามารถแสดงค่าของโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-4 โดยมีวิธีการคำนวณหาโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทานดังนี้

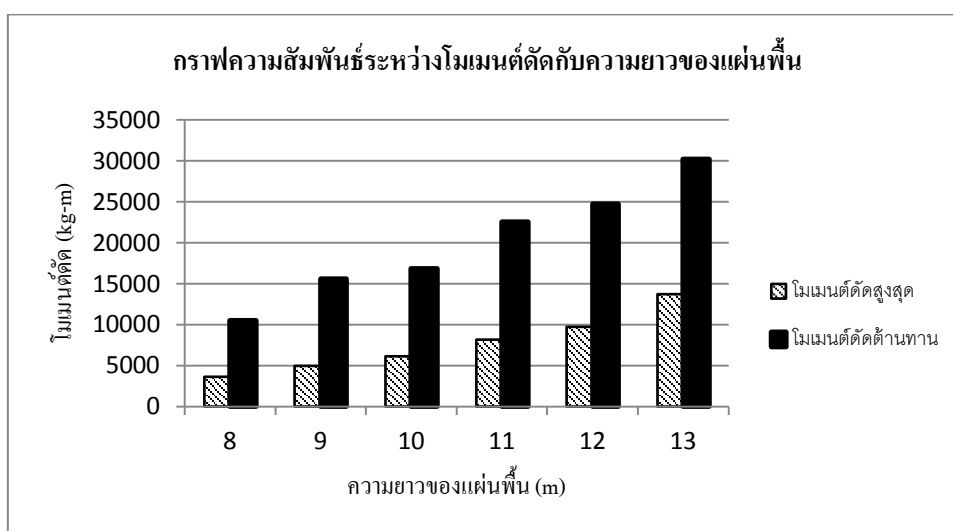
$$\text{โมเมนต์ดัดสูงสุด} \quad M_{max} = \frac{P_{max}L}{4}$$

$$\text{โดยที่} \quad P_{max} = \frac{48EI}{L^3} \times X_{max}$$

โมเมนต์ดัดต้านทานจากบริษัทผู้ผลิตแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง

ตารางที่ 4-9 ค่าของโมเมนต์ดัดสูงสุดและโมเมนต์ดัดต้านทาน ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	โมเมนต์ดัดสูงสุด (M_{max})	โมเมนต์ดัดต้านทาน (ϕM_n)
(m)	(kg-m)	(kg-m)
8	3659.26	10473
9	4957.83	15559
10	6097.49	16847
11	8163.55	22522
12	9743.67	24756
13	13727.56	30169

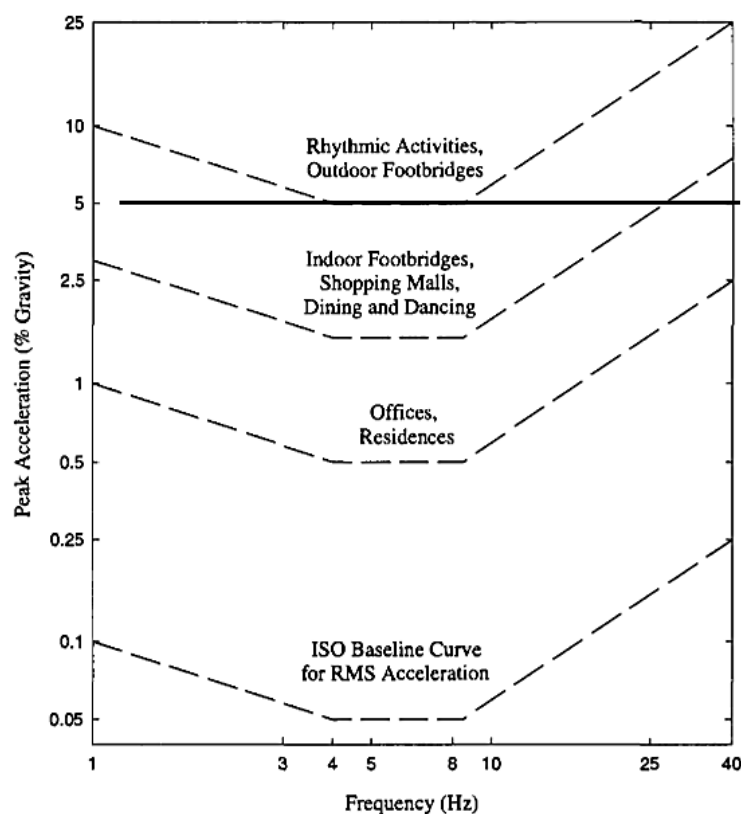


รูปที่ 4.46 กราฟความสัมพันธ์โมเมนต์ดัดกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์โมเมนต์ดัดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์สามารถแสดงได้ดังรูปที่ 4.56 ซึ่งแท่งกราฟจะประกอบไปด้วยโมเมนต์ดัดต้านทาน (ϕM_n) กับโมเมนต์ดัดสูงสุด (M_{max}) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่า แท่งกราฟของโมเมนต์ดัดสูงสุดมีแนวโน้มค่อนข้างมากขึ้น แต่เมื่อนำไปเทียบกับโมเมนต์ดัดต้านทานแล้วโมเมนต์ดัดสูงสุดมีค่าไม่เกินโมเมนต์ดัดต้านทาน ดังนั้นผลการวิเคราะห์จึงสรุปได้ว่า แผ่นพื้นความยาวตั้งแต่ 8 เมตรถึง 13 เมตร เมื่อต้องรับแรงพลศาสตร์จากกิจกรรมของมนุษย์ จะเกิดโมเมนต์ดัดสูงสุดไม่เกินกว่าโมเมนต์ดัดต้านทานจึงถือว่ามีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.5.4 ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้

จากการวิเคราะห์ผลการคำนวณของแผ่นพื้นข้างต้น สามารถแสดงค่าของความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณและจากรูปที่ 4.24 ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น ดังตารางที่ 4-10 โดยมีวิธีการหาความเร่งเฉลี่ยจากรูปที่ 4.24



รูปที่ 4.47 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์
สำหรับการสั่นสะเทือนเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์

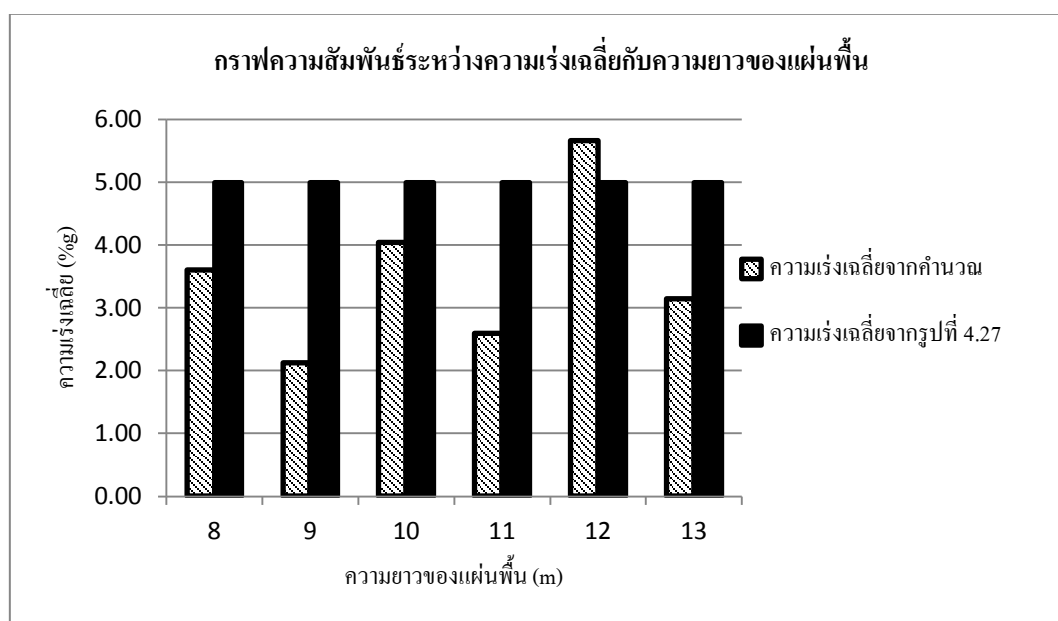
(Allen และ Murray, 1993; มาตรฐาน ISO 2631-2:1989)

โดยเลือกพิจารณาที่ Rhythmic Activity, Outdoor Footbridge

จากรูปที่ 4.47 ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์สำหรับการสั่นสะเทือนเนื่องจากพฤติกรรมกระตุ้นแอโรบิกของมนุษย์ โดยเลือกพิจารณาที่ Rhythmic Activity, Outdoor Footbridge จึงเลือกใช้ความเร่งสูงสุดอยู่ที่ประมาณ $5.0\%g$ ทุกช่วงความยาวของแผ่นพื้น ซึ่งความถี่ของมนุษย์ที่เลือกใช้จากตารางที่ 2-1 เท่ากับ 2.375 รอบต่อวินาที

ตารางที่ 4-10 ค่าของความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณและจากรูปที่ 4.27 ตามช่วงความยาวของแผ่นพื้น

ช่วงความยาวพื้น (L)	ความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณ (a_{rms})	ความเร่งเฉลี่ยจากรูปที่ 4.27 (a_{rms}^*)
(m)	(%g)	(%g)
8	3.60	5.0
9	2.12	5.0
10	4.04	5.0
11	2.59	5.0
12	5.66	5.0
13	3.14	5.0



รูปที่ 4.48 กราฟความสัมพันธ์ความเร่งเฉลี่ยกับความยาวของแผ่นพื้น

จากการวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้ ที่แสดงดังรูปที่ 4.48 ซึ่งประกอบไปด้วยแท่งกราฟความเร่งเฉลี่ยจากการคำนวณ (a_{rms}) และความเร่งเฉลี่ยจากรูปที่ 4.27 (a_{rms}^*) เมื่อพิจารณาจากกราฟ พบว่าที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารไม่รับรู้ถึงการถูกรบกวน แต่ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารจะรับรู้ถึงการถูกรบกวน

บทที่ 5

บทสรุปและข้อเสนอแนะ

5.1 บทสรุป

จากการศึกษาและวิเคราะห์การสัมผัสของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมของมนุษย์ โดยพิจารณาที่กิจกรรมการเดินและกิจกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์บนแผ่นพื้นที่มีความยาว 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร 12 เมตร และ 13 เมตร ซึ่งสรุปได้ดังนี้

1. ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ของกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกที่ความยาวแผ่นพื้นเท่ากับ 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร มีค่ามากกว่าระยะโก่งตัวที่ยอมให้ แต่ที่ความยาว 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร มีค่าไม่เกินกว่าระยะโก่งตัวที่ยอมให้ ดังนั้นมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

2. แรงเฉือนของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ของกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกมีค่าไม่เกินกว่าแรงเฉือนด้านทานทุกความยาวพื้นที่ทำการวิเคราะห์ ดังนั้นมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

3. โมเมนต์ดัดของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ของกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกมีค่าไม่เกินกว่าโมเมนต์ดัดด้านทานทุกความยาวพื้นที่ทำการวิเคราะห์ ดังนั้นมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4. ระดับความรบกวนของมนุษย์สำหรับพื้นภายในสำนักงาน และที่พักอาศัยมนุษย์รับรู้ถึงการสัมผัสพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์ที่ความยาว 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร และพื้นภายในอาคารที่รองรับกิจกรรมการเข้าจังหวะนั้นการเดินแอโรบิกมนุษย์สามารถรับรู้ได้ถึงการสัมผัสที่พื้นความยาว 12 เมตร

ดังนั้น แผ่นพื้นที่มีความยาว 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร มีความปลอดภัยต่อการใช้งาน และผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารสำนักงาน และที่พักอาศัยจะไม่รู้สึกถูกรบกวนหรือไม่สบายตัวอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์ ในส่วนของอาคารที่รองรับกิจกรรมการเข้าจังหวะนั้นแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร มีความปลอดภัยต่อการใช้งานอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินแอโรบิก และผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารที่รองรับกิจกรรมการเข้าจังหวะที่แผ่นพื้นความยาว 12 เมตร จะรู้สึกถึงการรบกวนหรือไม่สบายตัวเนื่องจากกิจกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์ ส่วนแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร จะไม่มีความปลอดภัยต่อการใช้งานในส่วนของการโก่งตัวของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์เท่านั้น

5.2 ข้อเสนอแนะ

ในงานวิจัยนี้ได้ทำการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมของมนุษย์ โดยมีข้อเสนอแนะต่างๆ เพิ่มเติมดังนี้

1. เนื่องจากการวิจัยนี้มีแหล่งกำเนิดคลื่นกระทำคือมนุษย์เฉพาะตรงกลาง แผ่นพื้นกว้างเฉพาะตรงกลาง ซึ่งความจริงแล้วพฤติกรรมการเดินของมนุษย์จะไม่ได้มีแค่เฉพาะตรงกลาง ดังนั้นควรคิดแหล่งกำเนิดคลื่นกระทำคือมนุษย์ให้หลายจุดกว่านี้ เพื่อให้เหมาะสมกับความเป็นจริง

2. หากวิเคราะห์แผ่นพื้นโดยไม่รวมน้ำหนักบรรทุกจากแผ่นพื้นเองอาจจะส่งผลให้กราฟในช่วงสภาวะ Transient State จะมีค่าใกล้เคียงกับในช่วงของสภาวะ Steady State มากขึ้น นั่นคือกราฟอาจจะไม่เกิดความแตกต่างกันมาก แล้วจึงรวมผลจากการโก่งตัวเนื่องจากน้ำหนักของแผ่นพื้นภายหลัง

บรรณานุกรม

- [1]. กันต์ธร ชำนิประศาสน์, “การสั่นทางกล”, กรุงเทพฯ : เพียร์สัน เอ็ดดูเคชั่น อินโดไชน่า, 2545
- [2]. ดร.นิวัตร มุลปา, “การสั่นสะเทือนเชิงกล”, เชียงใหม่ : โชตนาพริน, 2554
- [3]. รศ.ดร.ธีระ เกียรติพงษ์กุล, “การสั่นสะเทือนทางกล”, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2558
- [4]. ผศ.ดร.พรชัย จงจิตรไพศาล, “กลศาสตร์การสั่นสะเทือน”, กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2547
- [5]. ดร.นเรศ พันธราทร, “การออกแบบคอนกรีตอัดแรง”, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยรังสิต, 2540
- [6]. รศ.ดร.สมโพธิ วิวิธเกตุวงศ์, “การออกแบบคอนกรีตอัดแรง”, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2555
- [7]. รศ.ดร.เดช พุทธเจริญทอง, “การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน”, กรุงเทพฯ : ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพฯ, 2548
- [8]. Steel Design Guide Series 11, “Floor Vibrations Due to Human Activity”, AISC (American Institute of Steel Construction, Inc., Second Printing : October, 2003
- [9]. คู่มือผลิตภัณฑ์แผ่นพื้นกลวง คอนกรีตอัดแรง [HOLLOW CORE] บริษัทผลิตภัณฑ์ และวัสดุ ก่อสร้าง จำกัด ในเครือ SCG

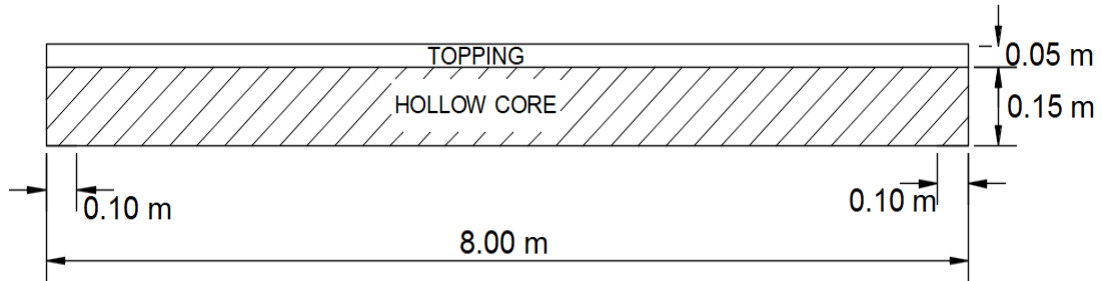
ประวัติผู้จัดทำ

ชื่อ-นามสกุล	นาย จักรพันธ์ แดงมีทรัพย์
วัน/เดือน/ปี/เกิด	9 เมษายน 2539
ปัจจุบันศึกษา	ณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
การศึกษา	ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนโคกสำโรงวิทยา ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนโคกสำโรงวิทยา
ที่อยู่	64/298 ม. 3 ซอยวัดใหญ่ ถนนสุขสวัสดิ์ หมู่บ้านวนรมย์ ต.ในคลองบางปลากด อ.พระสมุทรเจดีย์ จ.สมุทรปราการ 10290
E-mail	Oat_jakapun@hotmail.com
ชื่อ-นามสกุล	นาย อนุกรานต์ เกิดเอี่ยม
วัน/เดือน/ปี/เกิด	14 เมษายน 2539
ปัจจุบันศึกษา	ณ คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยบูรพา ภาควิชาวิศวกรรมโยธา
การศึกษา	ระดับมัธยมศึกษาตอนปลายจากโรงเรียนหั่นค่าพิทยาคม ระดับมัธยมศึกษาตอนต้นจากโรงเรียนหั่นค่าพิทยาคม
ที่อยู่	265 ม.5 ต.สุขเดือนห้า อ.เนินขาม จ.ชัยนาท 17130
E-mail	Anukran@outlook.com

ภาคผนวก

ขั้นตอนการคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้น

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดินทางของมนุษย์ที่มีความยาว 8 เมตร



รูปที่ 1 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 334 \text{ kg} / \text{m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{8}{2} = 1603.2 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1603.2}{9.81} = 163.42 \text{ kg} / \frac{m}{s^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(28411 \times 10^{-8})}{9^3} = 84567.12 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 84567.12 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{84567.12}{259.021}} = 22.75 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(163.42)(22.75)(0.05) = 371.75 \text{ kgf} \cdot \frac{s}{m}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[x_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0 \alpha_i \cos(2\pi f_{step} t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 0.5 \text{ และ } f_1 = 1.9 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(0.5)\cos(2\pi(1)(1.9)t) \\ &= 35.68\cos(11.94t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$163.42\ddot{x}(t) + 371.75\dot{x}(t) + 84567.12x(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}163.42[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 371.75[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 84567.12[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-163.42\omega^2 A\sin(\omega t) - 371.75\omega B\sin(\omega t) + 84567.12A\sin(\omega t) = 0 \\ [-163.42\omega^2 A - 371.75\omega B + 84567.12A]\sin(\omega t) = 0\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } [-163.42(11.94)^2 A - 371.75(11.94)B + 84567.12A] &= 0 \\ -23297.74A - 4438.7B + 84567.12A &= 0 \\ 61269.38A - 4438.7B &= 0\end{aligned} \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-163.42\omega^2 B\cos(\omega t) + 371.75\omega A\cos(\omega t) + 84567.12B\cos(\omega t) &= 35.68\cos(\omega t) \\ [-163.42\omega^2 B + 371.75\omega A + 84567.12B]\cos(\omega t) &= 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } -163.42(11.94)^2 B + 371.75(11.94)A + 84567.12B &= 35.68 \\ -23297.74B + 4438.7A + 123409.65B &= 35.68 \\ 4438.7A + 61269.38B &= 35.68\end{aligned} \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 4.1968 \times 10^{-5}$

$$B = 5.7930 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

จะได้ $\ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (4.1968 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.7930 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$163.42\ddot{x}(t) + 371.75\dot{x}(t) + 84567.12x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 163.42 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.27\dot{x}(t) + 517.48x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้ } D^2 + 2.27D + 517.48 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้ } D_1 = -1.135 + 22.7198i$$

$$D_2 = -1.135 - 22.7198i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.135$ และ $b = 22.7198$

$$\text{จากสมการ } x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.135t} \cos(22.7198t) + Be^{-1.135t} \sin(22.7198t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.135t} \cos(22.7198t) + Be^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (4.1968 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.7930 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 335 \times 1.2 = 400.8 \text{ kg/m}$, $L = 7.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{400.8 \times 7.8^4}{(3.175 \times 10^9)(28411 \times 10^{-8})} = 0.0214 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 7.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 7.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(28411 \times 10^{-8})} = 0.0008 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0222 + 0.0005 = 0.0222 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (4.1968 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (5.7930 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0222 = A + (5.7930 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0216$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\dot{x}(t) = Ae^{-1.135t} [-\sin(22.7198t)(22.7198)] + \cos(22.7198t)[(-1.135)Ae^{-1.135t}] \\ + Be^{-1.135t} [\cos(22.7198t)(22.7198)] + \sin(22.7198t)[(-1.135)Be^{-1.135t}] \\ + (4.1968 \times 10^{-5})[\cos(11.94t)(11.94)] + (5.7930 \times 10^{-4})[-\sin(11.94t)(11.94)]$$

$$\dot{x}(t) = -22.7198Ae^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 1.135Ae^{-1.135t} \cos(22.7198t) \\ + 22.7198Be^{-1.135t} \cos(22.7198t) - 1.135Be^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (5.0110 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (6.9168 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -22.7198Ae^{-0} \sin(0) - 1.135Ae^{-0} \cos(0) + 22.7198Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.135Be^{-0} \sin(0) + (5.0110 \times 10^{-4}) \cos(0) - (6.9168 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.135A + 22.7198B + (5.0110 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0216$ ได้

$$0 = -1.135A + 22.7198B + (5.0110 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0245 + 22.7198B + (5.0110 \times 10^{-4})$$

$$\therefore B = 0.0010$$

แทนค่า $A = 0.0216$, $B = 0.0010$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0216e^{-1.135t} \cos(22.7198t) + 0.0010e^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (4.1968 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.7930 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1. คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0216e^{-1.135t} [-\sin(22.7198t)(22.7198)] \\ + \cos(22.7198t) [(0.0216)e^{-1.135t} (-1.135)] \\ + 0.0010e^{-1.135t} [\cos(22.7198t)(22.7198)] \\ + \sin(22.7198t) [(0.0010)e^{-1.135t} (-1.135)] \\ + (4.1968 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] \\ + (5.0110 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)]$$

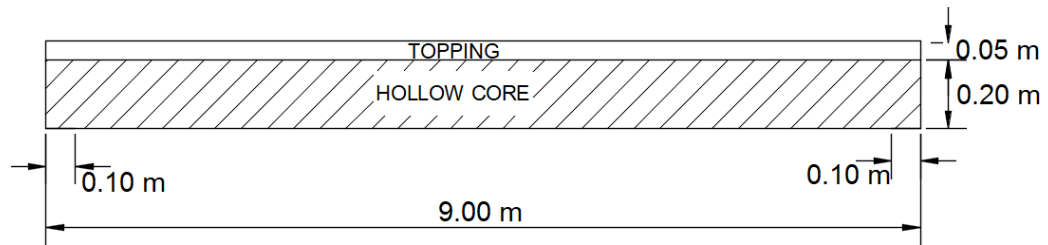
$$\dot{x}(t) = -0.4907e^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 0.0245e^{-1.135t} \cos(22.7198t) \\ + 0.0240e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - (1.1997 \times 10^{-3})e^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (5.0110 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (6.9168 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)$$

$$\dot{x}(t) = -(5 \times 10^{-4})e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - 0.4919e^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (5.0110 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (6.9168 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -\left(5 \times 10^{-4}\right) e^{-1.135 t} \left[-\sin(22.7198 t)(22.7198) \right] \\ & + \cos(22.7198 t) \left[-\left(5 \times 10^{-4}\right) e^{-1.135 t} (-1.135) \right] \\ & - 0.4919 e^{-1.135 t} \left[\cos(22.7198 t)(22.7198) \right] \\ & + \sin(22.7198 t) \left[-0.4919 e^{-1.135 t} (-1.135) \right] \\ & + \left(5.0110 \times 10^{-4}\right) \left[-\sin(11.94 t)(11.94) \right] \\ & - \left(6.9168 \times 10^{-3}\right) \cos(11.94 t)(11.94) \\ \ddot{x}(t) = & 0.5697 e^{-1.135 t} \sin(22.7198 t) - 11.175 e^{-1.135 t} \cos(22.7198 t) \\ & - \left(5.9831 \times 10^{-3}\right) \sin(11.94 t) - 0.0826 \cos(11.94 t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดินของมนุษย์ที่มีความยาว 9 เมตร



รูปที่ 2 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 350 \text{ kg} / \text{m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{9}{2} = 1890 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1890}{9.81} = 192.66 \text{ kg} / \frac{m}{s^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})}{9^3} = 124505.99 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 124505.99 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{124505.99}{192.66}} = 25.42 \text{ rad} / \text{s} , \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(192.66)(25.42)(0.05) = 489.74 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[\mathbf{x}_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0 \alpha_i \cos(2\pi f_{step} t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg} , \alpha_i = 0.5 \text{ และ } f_1 = 1.9 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(0.5)\cos(2\pi(1)(1.9)t) \\ &= 35.68\cos(11.94t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}192.66[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 289.74[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 124505.99[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-192.66A\sin(\omega t) - 489.74\omega B\sin(\omega t) + 124505.99A\sin(\omega t) = 0$$

$$[-192.66\omega^2 A - 489.74\omega B + 124505.99A]\sin(\omega t) = 0$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } [-192.66(11.94)^2 A - 489.74(11.94)B + 124505.99A] = 0$$

$$-27466.30A - 5847.50B + 124505.99A = 0$$

$$97039.69A - 5847.50B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-192.66\omega^2 B\cos(\omega t) + 489.74\omega A\cos(\omega t) + 124505.99B\cos(\omega t) = 35.68\cos(\omega t)$$

$$[-192.66\omega^2 B + 489.74\omega A + 124505.99B]\cos(\omega t) = 35.68\cos(\omega t)$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } -192.66(11.94)^2 B + 489.74(11.94)A + 124505.99B = 35.68$$

$$-27466.30B + 5847.50A + 124505.99B = 35.68$$

$$5847.50A + 97039.69B = 35.68 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 2.2076 \times 10^{-5}$

$$B = 3.6635 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 192.66 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.54\dot{x}(t) + 646.25x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 2.54D + 646.25 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -1.27 + 25.3897i$$

$$D_2 = -1.27 - 25.3897i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.27$ และ $b = 25.3897$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 350 \times 1.2 = 420 \text{ kg/m}$, $L = 8.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{400.8 \times 8.8^4}{(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0173 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 8.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 8.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0173 + 0.0005 = 0.0178 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0178 = A + (3.6635 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0174$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)] + \cos(25.3897t) [(-1.27) Ae^{-1.27t}] \\ &\quad + Be^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] + \sin(25.3897t) [(-1.27) Be^{-1.27t}] \\ &\quad + (2.2076 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] + (3.6635 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -25.3897 Ae^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 1.27 Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\ &\quad + 25.3897 Be^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 1.27 Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ &\quad + (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -25.3897Ae^{-0} \sin(0) - 1.27Ae^{-0} \cos(0) + 25.3897Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.27Be^{-0} \sin(0) + (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(0) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.27A + 25.3897B + (2.6359 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0174$ ได้

$$0 = -1.27A + 25.3897B + (2.6359 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0221 + 25.3897B + (2.6359 \times 10^{-4})$$

$$B = 0.0008$$

แทนค่า $A = 0.0174$, $B = 0.0008$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0174e^{-1.27t} \cos(25.3897t) + 0.0008e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$

$$+ (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $\dot{x}(t)$ และ $\ddot{x}(t)$

1.คำนวณหา $\dot{x}(t)$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0174e^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)]$$

$$+ \cos(25.3897t) [(0.0174)e^{-1.27t} (-1.27)]$$

$$+ 0.0008e^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)]$$

$$+ \sin(25.3897t) [(0.0008)e^{-1.27t} (-1.27)]$$

$$+ (2.2076 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)]$$

$$+ (3.6635 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)]$$

$$\dot{x}(t) = -0.4418e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 0.0221e^{-1.27t} \cos(25.3897t)$$

$$+ 0.0218e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - (1.0922 \times 10^{-3})e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$

$$+ (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)$$

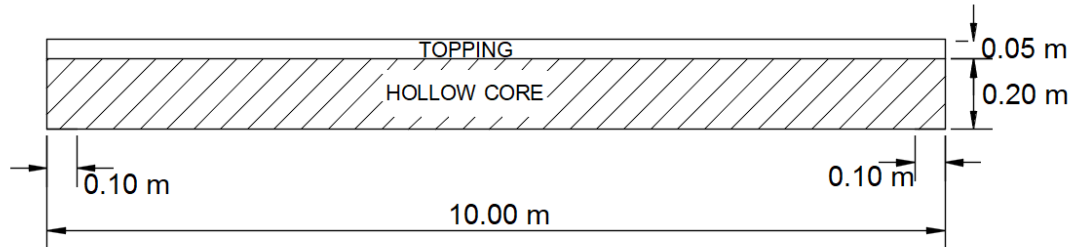
$$\dot{x}(t) = -(3 \times 10^{-4})e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.4429e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$

$$+ (2.6359 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.3742 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -\left(3 \times 10^{-4}\right) e^{-1.27 t}\left[-\sin (25.3897 t)(25.3897)\right] \\ & +\cos (25.3897 t)\left[-\left(3 \times 10^{-4}\right) e^{-1.27 t}(-1.27)\right] \\ & -0.4429 e^{-1.27 t}\left[\cos (25.3897 t)(25.3897)\right] \\ & +\sin (25.3897 t)\left[-0.4429 e^{-1.27 t}(-1.27)\right] \\ & +\left(2.6359 \times 10^{-4}\right)\left[-\sin (11.94 t)(11.94)\right] \\ & -\left(4.3742 \times 10^{-3}\right) \cos (11.94 t)(11.94) \\ \ddot{x}(t) = & 0.5701 e^{-1.27 t} \sin (25.3897 t)-11.2447 e^{-1.27 t} \cos (25.3897 t) \\ & -\left(3.1473 \times 10^{-3}\right) \sin (11.94 t)-0.0522 \cos (11.94 t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมกาเดินของมนุษย์ที่มีความยาว 10 เมตร



รูปที่ 3 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 350 \text{ kg} / \text{m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{10}{2} = 2100 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2100}{9.81} = 214.07 \text{ kg} / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดย } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})}{10^3} = 90764.87 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 90764.87 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{90764.87}{214.07}} = 20.59 \text{ rad} / \text{s}, \quad \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(214.07)(20.59)(0.05) = 440.77 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \quad \alpha_i = 0.5 \text{ และ } f_1 = 1.9 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(0.5)\cos(2\pi(1)(1.9)t) \\ &= 35.68\cos(11.94t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ} \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$214.07\ddot{x}(t) + 440.77\dot{x}(t) + 90764.87x(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้} \quad x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้} \quad x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}214.07[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 440.77[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 90764.87[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-214.07A\sin(\omega t) - 440.77\omega B\sin(\omega t) + 90764.87A\sin(\omega t) &= 0 \\ [-214.07\omega^2 A - 440.77\omega B + 90764.87A]\sin(\omega t) &= 0\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } [-214.07(11.94)^2 A - 440.77(11.94)B + 90764.87A] &= 0 \\ -30518.59A - 5262.79B + 90764.87A &= 0 \\ 60246.28A - 526.79B &= 0\end{aligned} \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-214.07B\cos(\omega t) + 440.77\omega A\cos(\omega t) + 90764.87B\cos(\omega t) &= 35.68\cos(\omega t) \\ [-214.07\omega^2 B + 440.77\omega A + 90764.87B]\cos(\omega t) &= 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } -214.07(11.94)^2 B + 440.77(11.94)A + 90764.87B &= 35.68 \\ -30518.59B + 5267.79A + 90764.87B &= 35.68 \\ 5262.79A + 60246.28B &= 35.68\end{aligned} \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 5.1343 \times 10^{-5}$

$$B = 5.8775 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

จะได้ $\ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (5.1343 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.8775 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$214.07\ddot{x}(t) + 440.77\dot{x}(t) + 90764.87x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 214.07 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.06\dot{x}(t) + 424x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

จะได้ $D^2 + 2.06D + 424 = 0 \quad (10)$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

จะได้ $D_1 = -1.03 + 20.5655i$

$$D_2 = -1.03 - 20.5655i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.03$ และ $b = 20.5655$

จากสมการ $x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.03t} \cos(20.5655t) + Be^{-1.03t} \sin(20.5655t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.03t} \cos(20.5655t) + Be^{-1.03t} \sin(20.5655t) + (5.1343 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.8775 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 350 \times 1.2 = 420 \text{ kg/m}$, $L = 9.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{420 \times 9.8^4}{(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0267 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 9.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 9.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0007 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0173 + 0.0005 = 0.0274 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (5.1343 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (5.8775 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0274 = A + (5.8775 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0268$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & Ae^{-1.03t} [-\sin(20.5655t)(20.5655)] + \cos(20.5655t) [(-1.03) Ae^{-1.03t}] \\ & + Be^{-1.03t} [\cos(20.5655t)(20.5655)] + \sin(20.5655t) [(-1.03) Be^{-1.03t}] \\ & + (5.1343 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] + (5.8775 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -20.5655 Ae^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 1.03 Ae^{-1.03t} \cos(20.5655t) \\ & + 20.5655 Be^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 1.03 Be^{-1.03t} \sin(20.5655t) \\ & + (6.1304 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.0177 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -20.5655Ae^{-0} \sin(0) - 1.03Ae^{-0} \cos(0) + 20.5655Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.03Be^{-0} \sin(0) + (6.1304 \times 10^{-4}) \cos(0) - (7.0117 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.03A + 20.5655B + (6.1304 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0268$ ได้

$$0 = -1.03A + 20.5655B + (2.6359 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0276 + 20.5655B + (2.6359 \times 10^{-4})$$

$$B = 0.0013$$

แทนค่า $A = 0.0268$, $B = 0.0013$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0268e^{-1.03t} \cos(20.5655t) + 0.0013e^{-1.03t} \sin(20.5655t)$$
$$+ (5.1343 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (5.8775 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

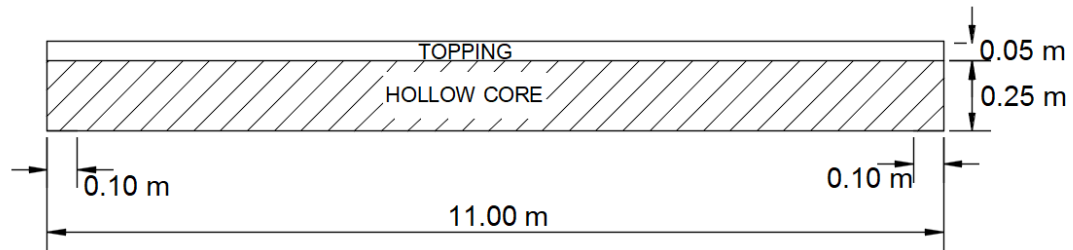
1. คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0268e^{-1.03t} [-\sin(20.5655t)(20.5655)]$$
$$+ \cos(20.5655t) [(0.0268)e^{-1.03t} (-1.03)]$$
$$+ 0.0013e^{-1.03t} [\cos(20.5655t)(20.5655)]$$
$$+ \sin(20.5655t) [(0.0013)e^{-1.03t} (-1.03)]$$
$$+ (5.1343 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)]$$
$$+ (5.8775 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)]$$
$$\dot{x}(t) = -0.5512e^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 0.0276e^{-1.03t} \cos(20.5655t)$$
$$+ 0.0270e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - (1.3518 \times 10^{-3})e^{-1.03t} \sin(20.5655t)$$
$$+ (6.1304 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.0177 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)$$
$$\dot{x}(t) = -(6 \times 10^{-4})e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 0.5526e^{-1.03t} \sin(20.5655t)$$
$$+ (6.1304 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.0177 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}(t) = & -\left(6 \times 10^{-4}\right) e^{-1.03 t} \left[-\sin (20.5655 t)(20.5655) \right] \\
 & + \cos (20.5655 t) \left[-\left(6 \times 10^{-4}\right) e^{-1.03 t} (-1.03) \right] \\
 & -0.5526 e^{-1.03 t} \left[\cos (20.5655 t)(20.5655) \right] \\
 & + \sin (20.5655 t) \left[-0.5526 e^{-1.27 t} (-1.03) \right] \\
 & + \left(6.1304 \times 10^{-4}\right) \left[-\sin (11.94 t)(11.94) \right] \\
 & -\left(7.0177 \times 10^{-3}\right) \cos (11.94 t)(11.94) \\
 \ddot{x}(t) = & 0.5815 e^{-1.03 t} \sin (20.5655 t) - 11.3639 e^{-1.03 t} \cos (20.5655 t) \\
 & -\left(7.3197 \times 10^{-3}\right) \sin (11.94 t) - 0.0838 \cos (11.94 t)
 \end{aligned} \tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดินทางของมนุษย์ที่มีความยาว 11 เมตร



รูปที่ 4 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 385 \text{ kg} / \text{m}^2 = 385 \times 1.2 \times \frac{11}{2} = 2541 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2541}{9.81} = 259.021 \text{ kg} / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})}{11^3} = 123409.65 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 123409.65 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{123409.65}{259.021}} = 21.828 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(259.021)(21.828)(0.05) = 565.391 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 0.5 \text{ และ } f_1 = 1.9 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(0.5)\cos(2\pi(1)(1.9)t) \\ &= 35.68\cos(11.94t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ} \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$259.021\ddot{x}(t) + 565.391\dot{x}(t) + 123409.65x(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้} \quad x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้} \quad x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}259.021[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 565.391[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 123409.65[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-259.021\omega^2 A\sin(\omega t) - 565.391\omega B\sin(\omega t) + 123409.65A\sin(\omega t) &= 0 \\ [-259.02\omega^2 A - 565.391\omega B + 123409.65A]\sin(\omega t) &= 0\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad [-259.02(11.94)^2 A - 565.391(11.94)B + 123409.65A] = 0$$

$$-36926.97A - 6750.77B + 123409.65A = 0$$

$$86482.68A - 6750.77B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-259.021\omega^2 B\cos(\omega t) + 565.391\omega A\cos(\omega t) + 123409.65B\cos(\omega t) &= 35.68\cos(\omega t) \\ [-259.021\omega^2 B + 565.391\omega A + 123409.65B]\cos(\omega t) &= 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad -259.021(11.94)^2 B + 565.391(11.94)A + 123409.65B = 35.68$$

$$-36926.97B + 6750.77A + 123409.65B = 35.68$$

$$6750.77A + 86482.68B = 35.68 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 3.2010 \times 10^{-5}$

$$B = 4.1007 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (3.2010 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.1007 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$259.02 \ddot{x}(t) + 565.391 \dot{x}(t) + 123409.65x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 259.021 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.18 \dot{x}(t) + 476.45x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 2.18D + 476.45 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -1.09 + 21.800i$$

$$D_2 = -1.09 - 21.800i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.09$ และ $b = 21.800$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.09t} \cos(21.800t) + Be^{-1.09t} \sin(21.800t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.09t} \cos(21.800t) + Be^{-1.09t} \sin(21.800t) + (3.2010 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.1007 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 385 \times 1.2 = 462 \text{ kg / m}$, $L = 10.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{462 \times 10.8^4}{(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.024 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 10.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 10.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.024 + 0.0005 = 0.0245 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (3.2010 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (4.1007 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0245 = A + (4.1007 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0241$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & Ae^{-1.09t} [-\sin(21.800t)(21.800)] + \cos(21.800t) [(-1.09) Ae^{-1.09t}] \\ & + Be^{-1.09t} [\cos(21.800t)(21.800)] + \sin(21.800t) [(-1.09) Be^{-1.09t}] \\ & + (3.2010 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] + (4.1007 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -21.800 Ae^{-1.09t} \sin(21.800t) - 1.09 Ae^{-1.09t} \cos(21.800t) \\ & + 21.800 Be^{-1.09t} \cos(21.800t) - 1.09 Be^{-1.09t} \sin(21.800t) \\ & + (3.8220 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.8962 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -21.800Ae^{-0} \sin(0) - 1.09Ae^{-0} \cos(0) + 21.800Be^{-0} \cos(0)$
 $-1.09Be^{-0} \sin(0) + (3.8220 \times 10^{-4}) \cos(0) - (4.8962 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.09A + 21.800B + (3.8220 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0241$ ได้

$$0 = -1.09(0.0241) + 21.800B + (3.8220 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0263 + 21.800B + (3.8220 \times 10^{-4})$$

$$\therefore B = 0.0012$$

แทนค่า $A = 0.0241$, $B = 0.0012$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0241e^{-1.09t} \cos(21.800t) + 0.0012e^{-1.09t} \sin(21.800t)$$

$$+ (3.2010 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.1007 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1.คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0241e^{-1.09t} [-\sin(21.800t)(21.800)]$$

$$+ \cos(21.800t) [(0.0241)e^{-1.09t} (-1.09)]$$

$$+ 0.0012e^{-1.09t} [\cos(21.800t)(21.800)]$$

$$+ \sin(21.800t) [(0.0012)e^{-1.09t} (-1.09)]$$

$$+ (3.2010 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)]$$

$$+ (4.1007 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)]$$

$$\dot{x}(t) = -0.5254e^{-1.09t} \sin(21.800t) - 0.0263e^{-1.09t} \cos(21.800t)$$

$$+ 0.0262e^{-1.09t} \cos(21.800t) - (1.308 \times 10^{-3})e^{-1.09t} \sin(21.800t)$$

$$+ (3.8220 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.8962 \times 10^{-3}) \sin(11.94t)$$

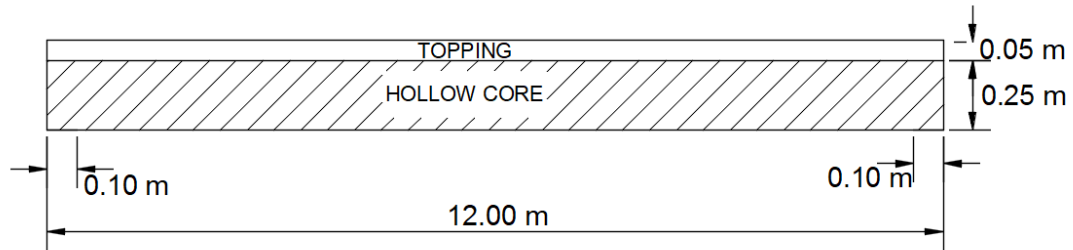
$$\dot{x}(t) = -(1 \times 10^{-4})e^{-1.09t} \cos(21.800t) - 0.5267e^{-1.09t} \sin(21.800t)$$

$$+ (3.8220 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (4.8962 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -(1 \times 10^{-4})e^{-1.09t} \left[-\sin(21.800t)(21.800) \right] \\ & + \cos(21.800t) \left[-(1 \times 10^{-4})e^{-1.09t}(-1.09) \right] \\ & - 0.5267e^{-1.09t} \left[\cos(21.800t)(21.800) \right] \\ & + \sin(21.800t) \left[-0.5267e^{-1.09t}(-1.09) \right] \\ & + (3.8220 \times 10^{-4}) \left[-\sin(11.94t)(11.94) \right] \\ & - (4.8962 \times 10^{-3}) \cos(11.94t)(11.94) \\ \ddot{x}(t) = & 0.5763e^{-1.09t} \sin(21.800t) - 11.4820e^{-1.09t} \cos(21.800t) \\ & - (4.5635 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0585 \cos(11.94t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดินทางของมนุษย์ที่มีความยาว 12 เมตร



รูปที่ 5 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 385 \text{ kg} / \text{m}^2 = 385 \times 1.2 \times \frac{12}{2} = 2772 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2772}{9.81} = 282.569 \text{ kg} / \frac{m}{s^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})}{12^3} = 95056.85 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ} \quad c = 2m\omega\xi$$

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{95056.85}{282.569}} = 18.341 \text{ rad} / \text{s}, \quad \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น} \quad c = 2(282.569)(18.341)(0.05) = 518.260 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ} \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ} \quad F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่} \quad P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \quad \alpha_i = 0.5 \quad \text{และ} \quad f_1 = 1.9 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(0.5)\cos(2\pi(1)(1.9)t) \\ &= 35.68\cos(11.94t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ} \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$282.569\ddot{x}(t) + 518.260\dot{x}(t) + 95056.85x(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้} \quad x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้} \quad \dot{x}(t) = A\cos(\omega t) - B\sin(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}282.569[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 518.260[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 95056.85[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-282.569\omega^2 A\sin(\omega t) - 518.260\omega B\sin(\omega t) + 95056.85A\sin(\omega t) = 0$$

$$[-282.569\omega^2 A - 518.260\omega B + 95056.85A]\sin(\omega t) = 0$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad [-282.569(11.94)^2 A - 518.260(11.94)B + 95056.85A] = 0$$

$$-40284.05A - 6188.02B + 95056.85A = 0$$

$$54772.8A - 6188.02B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-282.569\omega^2 B\cos(\omega t) + 518.260\omega A\cos(\omega t) + 95056.85B\cos(\omega t) = 35.68\cos(\omega t)$$

$$[-282.569\omega^2 B + 518.260\omega A + 95056.85B]\cos(\omega t) = 35.68\cos(\omega t)$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad -282.569(11.94)^2 B + 518.260(11.94)A + 95056.85B = 35.68$$

$$-40284.05B + 6188.02A + 95056.85B = 35.68$$

$$6188.02A + 54772.8B = 35.68 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 7.2667 \times 10^{-5}$

$$B = 6.4321 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (7.2667 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (6.4321 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$282.569\ddot{x}(t) + 518.260\dot{x}(t) + 95056.85x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 282.569 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 1.83\dot{x}(t) + 336.40x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 1.83D + 336.40 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -0.9 + 18.319i$$

$$D_2 = -0.9 - 18.319i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -0.9$ และ $b = 18.319$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-0.9t} \cos(18.319t) + Be^{-0.9t} \sin(18.319t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-0.9t} \cos(18.319t) + Be^{-0.9t} \sin(18.319t) + (7.2667 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (6.4321 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 385 \times 1.2 = 462 \text{ kg / m}$, $L = 11.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{462 \times 11.8^4}{(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.034 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 11.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 11.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.0007 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.034 + 0.0007 = 0.0347 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (7.2667 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (6.4321 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0347 = A + (6.4321 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0340$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & Ae^{-0.9t} [-\sin(18.319t)(18.319)] + \cos(18.319t) [(-0.9) Ae^{-0.9t}] \\ & + Be^{-0.9t} [\cos(18.319t)(18.319)] + \sin(18.319t) [(-0.9) Be^{-0.9t}] \\ & + (7.2667 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] + (6.4321 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -18.319 Ae^{-0.9t} \sin(18.319t) - 0.9 Ae^{-0.9t} \cos(18.319t) \\ & + 18.319 Be^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.9 Be^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ & + (8.6764 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.6799 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -18.319Ae^{-0} \sin(0) - 0.9Ae^{-0} \cos(0) + 18.319Be^{-0} \cos(0)$
 $- 0.9Be^{-0} \sin(0) + (8.6764 \times 10^{-4}) \cos(0) - (7.6799 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -0.9A + 18.319B + (8.6764 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0340$ ได้

$$0 = -0.9(0.0340) + 18.319B + (8.6764 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0306 + 18.319B + (8.6764 \times 10^{-4})$$

$$\therefore B = 0.0016$$

แทนค่า $A = 0.0340$, $B = 0.0016$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0340e^{-0.9t} \cos(18.319t) + 0.0016e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + (7.2667 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (6.4321 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

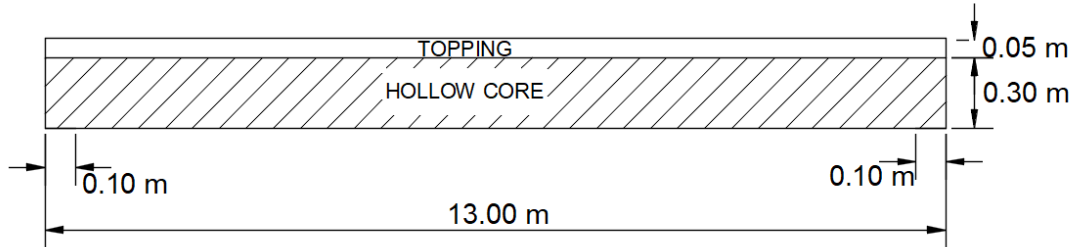
1. คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0340e^{-0.9t} [-\sin(18.319t)(18.319)] \\ + \cos(18.319t) [(0.0340)e^{-0.9t} (-0.9)] \\ + 0.0016e^{-0.9t} [\cos(18.319t)(18.319)] \\ + \sin(18.319t) [(0.0016)e^{-0.9t} (-0.9)] \\ + (7.2667 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] \\ + (6.4321 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \\ \dot{x}(t) = -0.6228e^{-0.9t} \sin(18.319t) - 0.0306e^{-0.9t} \cos(18.319t) \\ + 0.0293e^{-0.9t} \cos(18.319t) - (1.44 \times 10^{-3})e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + (8.6764 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.6799 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \\ \dot{x}(t) = -(1.3 \times 10^{-3})e^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.6242e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + (8.6764 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (7.6799 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -\left(1.3 \times 10^{-3}\right) e^{-0.9t} \left[-\sin(18.319t)(18.319) \right] \\ & + \cos(18.319t) \left[-\left(1.3 \times 10^{-3}\right) e^{-0.9t} (-0.9) \right] \\ & - 0.6242 e^{-0.9t} \left[\cos(18.319t)(18.319) \right] \\ & + \sin(18.319t) \left[-0.6242 e^{-0.9t} (-0.9) \right] \\ & + \left(8.6764 \times 10^{-4}\right) \left[-\sin(11.94t)(11.94) \right] \\ & - \left(7.6799 \times 10^{-3}\right) \cos(11.94t)(11.94) \\ \ddot{x}(t) = & 0.5856 e^{-0.9t} \sin(18.319t) - 11.4335 e^{-0.9t} \cos(18.319t) \\ & - 0.0104 \sin(11.94t) - 0.0917 \cos(11.94t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเดินทางของมนุษย์ที่มีความยาว 13 เมตร



รูปที่ 6 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 464 \text{ kg} / \text{m}^2 = 464 \times 1.2 \times \frac{13}{2} = 3619.2 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{3619.2}{9.81} = 368.930 \text{ kg} / \frac{m}{s^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(196326 \times 10^{-8})}{13^3} = 136186.08 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 136186.08 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{136186.08}{368.930}} = 19.213 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(368.930)(19.213)(0.05) = 708.825 \text{ kgf} \cdot \frac{s}{m}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 0.5 \text{ และ } f_1 = 1.9 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(0.5)\cos(2\pi(1)(1.9)t) \\ &= 35.68\cos(11.94t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ} \quad m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$368.930\ddot{x}(t) + 708.825\dot{x}(t) + 136186.08x(t) = 35.68\cos(11.94t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้} \quad x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้} \quad \dot{x}(t) = A\cos(\omega t) - B\sin(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}368.930[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 708.825[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 136186.08[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-368.930\omega^2 A\sin(\omega t) - 708.825\omega B\sin(\omega t) + 136186.08A\sin(\omega t) = 0$$

$$[-368.930\omega^2 A - 708.825\omega B + 136186.08A]\sin(\omega t) = 0$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad [-368.930(11.94)^2 A - 708.825(11.94)B + 136186.08A] = 0$$

$$-52595.99A - 8463.37B + 136186.08A = 0$$

$$83590.09A - 8463.37B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-368.930\omega^2 B\cos(\omega t) + 708.825\omega A\cos(\omega t) + 136186.08B\cos(\omega t) = 35.68\cos(\omega t)$$

$$[-368.930\omega^2 B + 708.825\omega A + 136186.08B]\cos(\omega t) = 35.68\cos(\omega t)$$

โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad -368.930(11.94)^2 B + 708.825(11.94)A + 136186.08B = 35.68$$

$$-52595.99B + 8463.37A + 136186.08B = 35.68$$

$$8463.37A + 83590.09B = 35.68 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 4.2779 \times 10^{-5}$

$$B = 4.2251 \times 10^{-4}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 11.94 \text{ rad/s}$

จะได้ $\ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(11.94)^2 [x(t)]$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (4.2779 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.2251 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m \ddot{x}(t) + c \dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$368.930(t) + 708.825\dot{x}(t) + 136186.08x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 368.930 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 1.92\dot{x}(t) + 369.138x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

จะได้ $D^2 + 1.92D + 369.138 = 0 \quad (10)$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

จะได้ $D_1 = -0.96 + 19.189i$

$$D_2 = -0.96 - 19.189i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -0.96$ และ $b = 19.189$

จากสมการ $x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-0.96t} \cos(19.189t) + Be^{-0.96t} \sin(19.189t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-0.96t} \cos(19.189t) + Be^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ + (4.2779 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.2251 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 385 \times 1.2 = 462 \text{ kg / m}$, $L = 12.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{462 \times 12.8^4}{(3.175 \times 10^9)(196326 \times 10^{-8})} = 0.031 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 12.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 12.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(196326 \times 10^{-8})} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.031 + 0.0005 = 0.0315 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (4.2779 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (4.2251 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0315 = A + (4.2251 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0311$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\dot{x}(t) = Ae^{-0.96t} [-\sin(19.189t)(19.189)] + \cos(19.189t) [(-0.96) Ae^{-0.96t}] \\ + Be^{-0.96t} [\cos(19.189t)(19.189)] + \sin(19.189t) [(-0.96) Be^{-0.96t}] \\ + (4.2779 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] + (4.2251 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)]$$

$$\dot{x}(t) = -19.189 Ae^{-0.96t} \sin(19.189t) - 0.96 Ae^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ + 19.189 Be^{-0.96t} \cos(19.189t) - 0.96 Be^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ + (5.1078 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (5.0448 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -19.189Ae^{-0} \sin(0) - 0.96Ae^{-0} \cos(0) + 19.189Be^{-0} \cos(0)$
 $-0.96Be^{-0} \sin(0) + (5.1078 \times 10^{-4}) \cos(0) - (5.0448 \times 10^{-3}) \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -0.96A + 19.189B + (5.1078 \times 10^{-4})$

แทน $A = 0.0311$ ได้

$$0 = -0.96(0.0311) + 19.189B + (5.1078 \times 10^{-4})$$

$$0 = -0.0298 + 19.189B + (5.1078 \times 10^{-4})$$

$$\therefore B = 0.0015$$

แทนค่า $A = 0.0311$, $B = 0.0015$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0311e^{-0.96t} \cos(19.189t) + 0.0015e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ + (4.2779 \times 10^{-5}) \sin(11.94t) + (4.2251 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

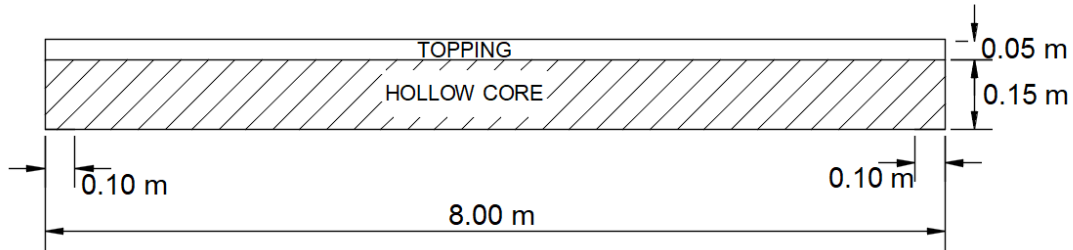
1.คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0311e^{-0.96t} [-\sin(19.189t)(19.189)] \\ + \cos(19.189t) [(0.0311)e^{-0.96t} (-0.96)] \\ + 0.0015e^{-0.96t} [\cos(19.189t)(19.189)] \\ + \sin(19.189t) [(0.0015)e^{-0.96t} (-0.96)] \\ + (4.2779 \times 10^{-5}) [\cos(11.94t)(11.94)] \\ + (4.2251 \times 10^{-4}) [-\sin(11.94t)(11.94)] \\ \dot{x}(t) = -0.5968e^{-0.96t} \sin(19.189t) - 0.0299e^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ + 0.0288e^{-0.96t} \cos(19.189t) - (1.44 \times 10^{-3})e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ + (5.1078 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (5.0448 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \\ \dot{x}(t) = -0.0011e^{-0.96t} \cos(19.189t) - 0.5982e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ + (5.1078 \times 10^{-4}) \cos(11.94t) - (5.0448 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -0.0011e^{-0.96t} \left[-\sin(19.189t)(19.189) \right] \\ & + \cos(19.189t) \left[-0.0011e^{-0.96t} (-0.96) \right] \\ & - 0.5982e^{-0.96t} \left[\cos(19.189t)(19.189) \right] \\ & + \sin(19.189t) \left[-5982e^{-0.96t} (-0.96) \right] \\ & + (5.1078 \times 10^{-4}) \left[-\sin(11.94t)(11.94) \right] \\ & - (5.0448 \times 10^{-3}) \cos(11.94t)(11.94) \\ \ddot{x}(t) = & 0.5954e^{-0.96t} \sin(19.189t) - 11.4777e^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ & - (6.0987 \times 10^{-3}) \sin(11.94t) - 0.0602 \cos(11.94t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิคที่มีความยาว 8 เมตร



รูปที่ 7 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 334 \text{ kg} / \text{m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{8}{2} = 1603.2 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1603.2}{9.81} = 163.42 \text{ kg} / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(28411 \times 10^{-8})}{9^3} = 84567.12 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 84567.12 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{84567.12}{259.021}} = 22.75 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(163.42)(22.75)(0.05) = 371.75 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady [$\mathbf{x}_p(t)$]

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(1.5)\cos(2\pi(1)(2.375)t) \\ &= 107.034\cos(14.92t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$163.42\ddot{x}(t) + 371.75\dot{x}(t) + 84567.12x(t) = 107.92\cos(14.92t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}163.42[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 371.75[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 84567.12[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-163.42\omega^2 A\sin(\omega t) - 371.75\omega B\sin(\omega t) + 84567.12A\sin(\omega t) &= 0 \\ [-163.42\omega^2 A - 371.75\omega B + 84567.12A]\sin(11.94t) &= 0\end{aligned}$$

$$\text{โดยที่ } \omega = 14.92 \text{ rad / s}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } [-163.42(14.92)^2 A - 371.75(14.92)B + 84567.12A] &= 0 \\ -2438.22A - 5546.51B + 84567.12A &= 0 \\ 48188.78A - 5546.51B &= 0\end{aligned} \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-163.42\omega^2 B\cos(\omega t) + 371.75\omega A\cos(\omega t) + 84567.12B\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t) \\ [-163.42\omega^2 B + 371.75\omega A + 84567.12B]\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

$$\text{โดยที่ } \omega = 14.92 \text{ rad / s}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } -163.42(14.92)^2 B + 371.75(14.92)A + 84567.12B &= 107.034 \\ -2438.22B + 5546.51A + 84567.12B &= 107.034 \\ 5546.51A + 48188.78B &= 107.034\end{aligned} \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 2.5231 \times 10^{-4}$

$$B = 2.1921 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (2.5231 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.1921 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$163.42\ddot{x}(t) + 371.75\dot{x}(t) + 84567.12x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 163.42 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.27\dot{x}(t) + 517.48x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 2.27D + 517.48 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -1.135 + 22.7198i$$

$$D_2 = -1.135 - 22.7198i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.135$ และ $b = 22.7198$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.135t} \cos(22.7198t) + Be^{-1.135t} \sin(22.7198t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.135t} \cos(22.7198t) + Be^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (2.5231 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.1921 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 335 \times 1.2 = 400.8 \text{ kg/m}$, $L = 7.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{400.8 \times 7.8^4}{(3.175 \times 10^9)(28411 \times 10^{-8})} = 0.0214 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 7.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 7.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(28411 \times 10^{-8})} = 0.0008 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0222 + 0.0005 = 0.0222 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (4.1968 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (5.7930 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0222 = A + (5.7930 \times 10^{-4})$$

$$\therefore A = 0.0216$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\ddot{x}(t)$

$$\ddot{x}(t) = Ae^{-1.135t} [-\sin(22.7198t)(22.7198)] + \cos(22.7198t) [(-1.135) Ae^{-1.135t}] \\ + Be^{-1.135t} [\cos(22.7198t)(22.7198)] + \sin(22.7198t) [(-1.135) Be^{-1.135t}] \\ + (2.5231 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (2.192 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)]$$

$$\ddot{x}(t) = -22.7198 Ae^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 1.135 Ae^{-1.135t} \cos(22.7198t) \\ + 22.7198 Be^{-1.135t} \cos(22.7198t) - 1.135 Be^{-1.135t} \sin(22.7198t) \\ + (3.7645 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0327 \sin(14.92t) \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -22.7198Ae^{-0} \sin(0) - 1.135Ae^{-0} \cos(0) + 22.7198Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.135Be^{-0} \sin(0) + (3.7645 \times 10^{-3}) \cos(0) - 0.0327 \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.135A + 22.7198B + (3.7645 \times 10^{-3})$

แทน $A = 0.0200$ ได้

$$0 = -1.135A + 22.7198B + (3.7645 \times 10^{-3})$$

$$0 = -0.0227 + 22.7198B + (5.0110 \times 10^{-4})$$

$$\therefore B = 0.0008$$

แทนค่า $A = 0.0200$, $B = 0.0008$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.02e^{-1.135t} \cos(22.7198t) + 0.0008e^{-1.135t} \sin(22.7198t)$$

$$+ (2.5231 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.1921 \times 10^{-3}) \cos(14.32t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1.คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.02e^{-1.135t} [-\sin(22.7198t)(22.7198)]$$

$$+ \cos(22.7198t) [(0.02)e^{-1.135t} (-1.135)]$$

$$+ 0.0008e^{-1.135t} [\cos(22.7198t)(22.7198)]$$

$$+ \sin(22.7198t) [(0.0008)e^{-1.135t} (-1.135)]$$

$$+ (2.5231 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)]$$

$$+ (2.1921 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)]$$

$$\dot{x}(t) = -0.4544e^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 0.0227e^{-1.135t} \cos(22.7198t)$$

$$+ 0.0189e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - (9.4296 \times 10^{-4})e^{-1.135t} \sin(22.7198t)$$

$$+ (3.7645 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0327 \sin(14.92t)$$

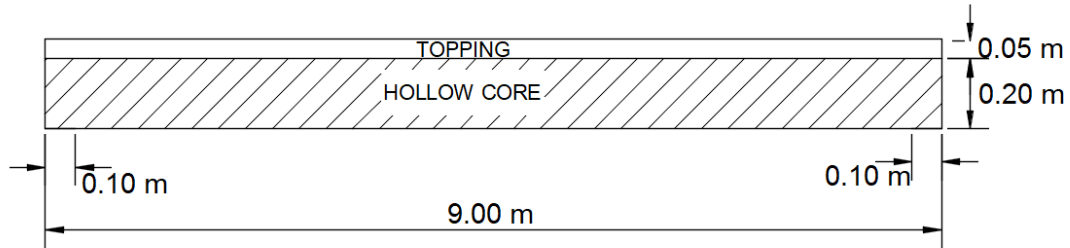
$$\dot{x}(t) = -(3.8 \times 10^{-3})e^{-1.135t} \cos(22.7198t) - 0.4553e^{-1.135t} \sin(22.7198t)$$

$$+ (3.7645 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0327 \sin(11.94t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}(t) = & -\left(3.8 \times 10^{-3}\right) e^{-1.135t} \left[-\sin(22.7198t)(22.7198) \right] \\
 & + \cos(22.7198t) \left[-\left(3.8 \times 10^{-3}\right) e^{-1.135t} (-1.135) \right] \\
 & -0.4553 e^{-1.135t} \left[\cos(22.7198t)(22.7198) \right] \\
 & + \sin(22.7198t) \left[-0.4553 e^{-1.135t} (-1.135) \right] \\
 & + \left(3.7645 \times 10^{-3}\right) \left[-\sin(14.92t)(14.92) \right] \\
 & -0.0327 \cos(14.92t)(14.92) \\
 \ddot{x}(t) = & 0.6031 e^{-1.135t} \sin(22.7198t) - 10.34 e^{-1.135t} \cos(22.7198t) \\
 & -0.0562 \sin(14.92t) - 0.4878 \cos(14.92t)
 \end{aligned} \tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิคที่มีความยาว 9 เมตร



รูปที่ 8 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 350 \text{ kg} / \text{m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{9}{2} = 1890 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{1890}{9.81} = 192.66 \text{ kg} / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})}{9^3} = 124505.99 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 124505.99 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{124505.99}{192.66}} = 25.42 \text{ rad} / \text{s} , \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(192.66)(25.42)(0.05) = 489.74 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[\mathbf{x}_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg} , \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(1.5)\cos(2\pi(1)(2.375)t) \\ &= 107.034\cos(14.92t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}192.66[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 289.74[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 124505.99[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 35.68\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-192.66A\sin(\omega t) - 489.74\omega B\sin(\omega t) + 124505.99A\sin(\omega t) = 0$$

$$[-192.66\omega^2 A - 489.74\omega B + 124505.99A]\sin(\omega t) = 0$$

$$\text{โดยที่ } \omega = 14.92\text{rad/s}$$

$$\text{จะได้ } [-192.66(14.92)^2 A - 489.74(14.92)B + 124505.99A] = 0$$

$$-42887.35A - 7306.92B + 124505.99A = 0$$

$$81618.64A - 7307.37B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-192.66\omega^2 B\cos(\omega t) + 489.74\omega A\cos(\omega t) + 124505.99B\cos(\omega t) = 107.034\cos(\omega t)$$

$$[-192.66\omega^2 B + 489.74\omega A + 124505.99B]\cos(\omega t) = 107.034\cos(\omega t)$$

$$\text{โดยที่ } \omega = 14.92\text{rad/s}$$

$$\text{จะได้ } -192.66(14.92)^2 B + 489.74(14.92)A + 124505.99B = 107.034$$

$$-42887.35B + 7306.92A + 124505.99B = 35.68$$

$$7306.92A + 81618.64B = 107.034 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 1.1648 \times 10^{-4}$

$$B = 1.3010 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$192.66\ddot{x}(t) + 489.74\dot{x}(t) + 124505.99x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 192.66 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.54\dot{x}(t) + 646.25x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 2.54D + 646.25 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -1.27 + 25.3897i$$

$$D_2 = -1.27 - 25.3897i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.27$ และ $b = 25.3897$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) + Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) + (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 350 \times 1.2 = 420 \text{ kg} / m$, $L = 8.8 m$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{400.8 \times 8.8^4}{(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0173 m$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 8.8 m$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 8.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0005 m$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0173 + 0.0005 = 0.0178 m$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (2.2076 \times 10^{-5}) \sin(0)$

$$+ (3.6635 \times 10^{-4}) \cos(0)$$

$$0.0178 = A + (1.3010 \times 10^{-3})$$

$$\therefore A = 0.0165$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)] + \cos(25.3897t) [(-1.27) Ae^{-1.27t}] \\ &\quad + Be^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)] + \sin(25.3897t) [(-1.27) Be^{-1.27t}] \\ &\quad + (1.1648 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (1.3010 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ \dot{x}(t) &= -25.3897 Ae^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 1.27 Ae^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\ &\quad + 25.3897 Be^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 1.27 Be^{-1.27t} \sin(25.3897t) \\ &\quad + (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0194 \sin(14.92t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -25.3897Ae^{-0} \sin(0) - 1.27Ae^{-0} \cos(0) + 25.3897Be^{-0} \cos(0)$
 $- 1.27Be^{-0} \sin(0) + (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(0) - 0.0194 \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.27A + 25.3897B + (1.7379 \times 10^{-3})$

แทน $A = 0.0165$ ได้

$$0 = -1.27(0.0165) + 25.3897B + (1.7379 \times 10^{-3})$$

$$0 = -0.0210 + 25.3897B + (1.7379 \times 10^{-3})$$

$$\therefore B = 0.0008$$

แทนค่า $A = 0.0165$, $B = 0.0008$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0165e^{-1.27t} \cos(25.3897t) + 0.0008e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$
$$+ (1.1648 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.3010 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

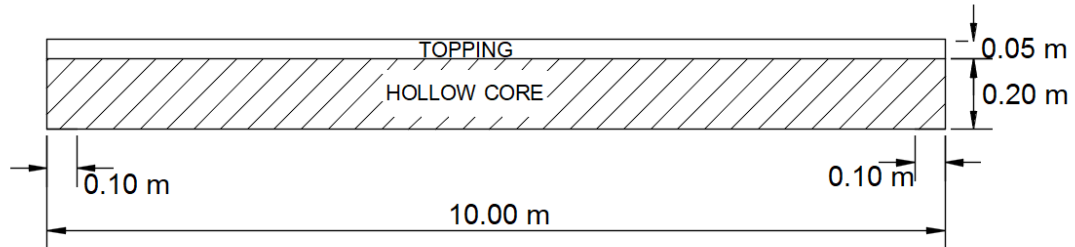
1.คำนวณหา $\dot{x}(t)$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0165e^{-1.27t} [-\sin(25.3897t)(25.3897)]$$
$$+ \cos(25.3897t) [(0.0165)e^{-1.27t} (-1.27)]$$
$$+ 0.0008e^{-1.27t} [\cos(25.3897t)(25.3897)]$$
$$+ \sin(25.3897t) [(0.0008)e^{-1.27t} (-1.27)]$$
$$+ (1.1648 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)]$$
$$+ (1.3010 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)]$$
$$\dot{x}(t) = -0.4189e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 0.021e^{-1.27t} \cos(25.3897t)$$
$$+ 0.0192e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - (9.6124 \times 10^{-4})e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$
$$+ (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0194 \sin(14.92t)$$
$$\dot{x}(t) = -(1.8 \times 10^{-3})e^{-1.27t} \cos(25.3897t) - 0.4199e^{-1.27t} \sin(25.3897t)$$
$$+ (1.7379 \times 10^{-3}) \cos(11.94t) - 0.0194 \sin(14.92t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -(1.8 \times 10^{-3})e^{-1.27t} \left[-\sin(25.3897t)(25.3897) \right] \\ & + \cos(25.3897t) \left[-(1.8 \times 10^{-3})e^{-1.27t}(-1.27) \right] \\ & - 0.4199e^{-1.27t} \left[\cos(25.3897t)(25.3897) \right] \\ & + \sin(25.3897t) \left[-0.4199e^{-1.27t}(-1.27) \right] \\ & + (1.7379 \times 10^{-3}) \left[-\sin(14.92t)(14.92) \right. \\ & \left. - 0.0194 \cos(14.92t)(14.92) \right] \\ \ddot{x}(t) = & 0.5790e^{-1.27t} \sin(25.3897t) - 10.6588e^{-1.27t} \cos(25.3897t) \\ & - 0.0259 \sin(14.92t) - 0.2894 \cos(14.92t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิคที่มีความยาว 10 เมตร



รูปที่ 9 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 350 \text{ kg / m}^2 = 334 \times 1.2 \times \frac{10}{2} = 2100 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2100}{9.81} = 214.07 \text{ kg / } \frac{m}{s^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดย } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg / m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})}{10^3} = 90764.87 \text{ kg / m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 90764.87 \text{ kg / m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{90764.87}{214.07}} = 20.59 \text{ rad / s}, \quad \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(214.07)(20.59)(0.05) = 440.77 \text{ kgf} \cdot \frac{s}{m}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \quad \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(1.5)\cos(2\pi(1)(2.375)t) \\ &= 107.034\cos(14.92t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$214.07\ddot{x}(t) + 440.77\dot{x}(t) + 90764.87x(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}214.07[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 440.77[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 90764.87[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-214.07A\sin(\omega t) - 440.77\omega B\sin(\omega t) + 90764.87A\sin(\omega t) &= 0 \\ [-214.07\omega^2 A - 440.77\omega B + 90764.87A]\sin(\omega t) &= 0\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } [-214.07(14.92)^2 A - 440.77(14.92)B + 90764.87A] &= 0 \\ -47653.35 - 6576.29B + 90764.87A &= 0 \\ 43111.52A - 6576.29B &= 0\end{aligned} \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-214.07B\cos(\omega t) + 440.77\omega A\cos(\omega t) + 90764.87B\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t) \\ [-214.07\omega^2 B + 440.77\omega A + 90764.87B]\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } -214.07(14.92)^2 B + 440.77(14.92)A + 90764.87B &= 107.034 \\ -47653.35B + 6576.29A + 90764.87B &= 35.68 \\ 6576.29A + 43111.52B &= 107.034\end{aligned} \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 3.7011 \times 10^{-4}$

$$B = 24263 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (3.7011 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.4263 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$214.07\ddot{x}(t) + 440.77\dot{x}(t) + 90764.87x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 214.07 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.06\dot{x}(t) + 424x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 2.06D + 424 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -1.03 + 20.5655i$$

$$D_2 = -1.03 - 20.5655i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.03$ และ $b = 20.5655$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.03t} \cos(20.5655t) + Be^{-1.03t} \sin(20.5655t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.03t} \cos(20.5655t) + Be^{-1.03t} \sin(20.5655t) + (3.7011 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.4263 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 350 \times 1.2 = 420 \text{ kg/m}$, $L = 9.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{420 \times 9.8^4}{(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0267 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 9.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 9.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(59557 \times 10^{-8})} = 0.0007 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.0173 + 0.0005 = 0.0274 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (3.7011 \times 10^{-4}) \sin(0)$

$$+ (2.4263 \times 10^{-3}) \cos(0)$$

$$0.0274 = A + (2.4263 \times 10^{-3})$$

$$\therefore A = 0.025$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-1.03t} [-\sin(20.5655t)(20.5655)] + \cos(20.5655t) [(-1.03) Ae^{-1.03t}] \\ &\quad + Be^{-1.03t} [\cos(20.5655t)(20.5655)] + \sin(20.5655t) [(-1.03) Be^{-1.03t}] \\ &\quad + (3.7011 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (2.4263 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= -20.5655 Ae^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 1.03 Ae^{-1.03t} \cos(20.5655t) \\ &\quad + 20.5655 Be^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 1.03 Be^{-1.03t} \sin(20.5655t) \\ &\quad + (5.5220 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0362 \sin(14.92t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(t) = -20.5655Ae^{-0} \sin(0) - 1.03Ae^{-0} \cos(0) + 20.5655Be^{-0} \cos(0)$
 $-1.03Be^{-0} \sin(0) + (5.5220 \times 10^{-3}) \cos(0) - 0.0362 \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.03A + 20.5655B + (5.5220 \times 10^{-3})$

แทน $A = 0.025$ ได้

$$0 = -1.03(0.025) + 20.5655B + (5.5220 \times 10^{-3})$$

$$0 = -0.0258 + 20.5655B + (5.5220 \times 10^{-3})$$

$$\therefore B = 0.001$$

แทนค่า $A = 0.0250$, $B = 0.001$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.025e^{-1.03t} \cos(20.5655t) + 0.001e^{-1.03t} \sin(20.5655t)$$

$$+ (3.7011 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (2.4263 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1.คำนวณหา $\dot{x}(t)$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.025e^{-1.03t} [-\sin(20.5655t)(20.5655)]$$

$$+ \cos(20.5655t) [(0.025)e^{-1.03t} (-1.03)]$$

$$+ 0.001e^{-1.03t} [\cos(20.5655t)(20.5655)]$$

$$+ \sin(20.5655t) [(0.001)e^{-1.03t} (-1.03)]$$

$$+ (3.7011 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)]$$

$$+ (2.4263 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)]$$

$$\dot{x}(t) = -0.5141e^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 0.0258e^{-1.03t} \cos(20.5655t)$$

$$+ 0.0202e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - (1.0131 \times 10^{-3})e^{-1.03t} \sin(20.5655t)$$

$$+ (5.5220 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0362 \sin(14.92t)$$

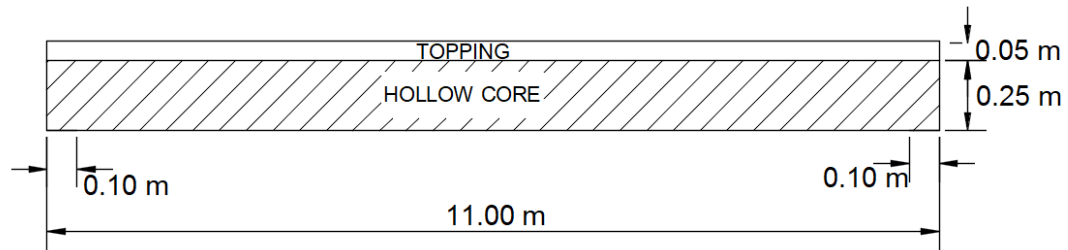
$$\dot{x}(t) = -(5.6 \times 10^{-3})e^{-1.03t} \cos(20.5655t) - 0.5151e^{-1.03t} \sin(20.5655t)$$

$$+ (5.5220 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0362 \sin(14.92t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -\left(5.6 \times 10^{-3}\right) e^{-1.03t} \left[-\sin(20.5655t)(20.5655)\right] \\ & + \cos(20.5655t) \left[-\left(5.6 \times 10^{-3}\right) e^{-1.03t} (-1.03)\right] \\ & - 0.5151 e^{-1.03t} \left[\cos(20.5655t)(20.5655)\right] \\ & + \sin(20.5655t) \left[-0.5151 e^{-1.27t} (-1.03)\right] \\ & + \left(5.5220 \times 10^{-3}\right) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ & - 0.0362 \cos(14.92t)(14.92) \\ \ddot{x}(t) = & 0.6457 e^{-1.03t} \sin(20.5655t) - 10.5875 e^{-1.03t} \cos(20.5655t) \\ & - 0.0824 \sin(14.92t) - 0.5401 \cos(14.92t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิคที่มีความยาว 11 เมตร



รูปที่ 10 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 385 \text{ kg} / \text{m}^2 = 385 \times 1.2 \times \frac{11}{2} = 2541 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2541}{9.81} = 259.021 \text{ kg} / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})}{11^3} = 123409.65 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 123409.65 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{ดังนั้น } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{123409.65}{259.021}} = 21.828 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(259.021)(21.828)(0.05) = 565.391 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(1.5)\cos(2\pi(1)(2.375)t) \\ &= 107.034\cos(14.92t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$259.021\ddot{x}(t) + 565.391\dot{x}(t) + 123409.65x(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}259.021[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 565.391[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 123409.65[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$-259.021\omega^2 A\sin(\omega t) - 565.391\omega B\sin(\omega t) + 123409.65A\sin(\omega t) = 0$$

$$[-259.02\omega^2 A - 565.391\omega B + 123409.65A]\sin(\omega t) = 0$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } [-259.021(14.92)^2 A - 565.391(14.92)B + 123409.65A] = 0$$

$$-57659.73A - 8435.63B + 123409.65A = 0$$

$$65749.92A - 8435.63B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$-259.02\omega^2 B\cos(\omega t) + 565.39\omega A\cos(\omega t) + 123409.65B\cos(\omega t) = 107.034\cos(\omega t)$$

$$[-259.021\omega^2 B + 565.391\omega A + 123409.65B]\cos(\omega t) = 107.034\cos(\omega t)$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } -259.021(14.92)^2 B + 565.391(14.92)A + 123409.65B = 107.034$$

$$-57659.73B + 8435.63A + 123409.65B = 107.034$$

$$8435.63A + 65749.92B = 107.034 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 2.0547 \times 10^{-4}$

$$B = 1.6015 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

จะได้ $\ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (2.0547 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.6015 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$259.021\ddot{x}(t) + 565.391\dot{x}(t) + 123409.65x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 259.021 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 2.18\dot{x}(t) + 476.45x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้ } D^2 + 2.18D + 476.45 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้ } D_1 = -1.09 + 21.800i$$

$$D_2 = -1.09 - 21.800i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -1.09$ และ $b = 21.800$

$$\text{จากสมการ } x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-1.09t} \cos(21.800t) + Be^{-1.09t} \sin(21.800t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-1.09t} \cos(21.800t) + Be^{-1.09t} \sin(21.800t) + (2.0547 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.6015 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 385 \times 1.2 = 462 \text{ kg} / m$, $L = 10.8 m$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{462 \times 10.8^4}{(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.024 m$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 10.8 m$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 10.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.0005 m$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.024 + 0.0005 = 0.0245 m$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (2.0547 \times 10^{-4}) \sin(0)$

$$+ (1.6015 \times 10^{-3}) \cos(0)$$

$$0.0245 = A + (1.6015 \times 10^{-3})$$

$$\therefore A = 0.0229$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-1.09t} [-\sin(21.800t)(21.800)] + \cos(21.800t) [(-1.09) Ae^{-1.09t}] \\ &\quad + Be^{-1.09t} [\cos(21.800t)(21.800)] + \sin(21.800t) [(-1.09) Be^{-1.09t}] \\ &\quad + (2.0547 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (1.6015 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ \dot{x}(t) &= -21.800 Ae^{-1.09t} \sin(21.800t) - 1.09 Ae^{-1.09t} \cos(21.800t) \\ &\quad + 21.800 Be^{-1.09t} \cos(21.800t) - 1.09 Be^{-1.09t} \sin(21.800t) \\ &\quad + (3.0656 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0239 \sin(14.92t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -21.800Ae^{-0} \sin(0) - 1.09Ae^{-0} \cos(0) + 21.800Be^{-0} \cos(0)$
 $-1.09Be^{-0} \sin(0) + (3.0656 \times 10^{-3}) \cos(0) - 0.0239 \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -1.09A + 21.800B + (3.0656 \times 10^{-3})$

แทน $A = 0.0229$ ได้

$$0 = -1.09(0.0229) + 21.800B + (3.0656 \times 10^{-3})$$

$$0 = -0.0259 + 21.800B + (3.0656 \times 10^{-3})$$

$$\therefore B = 0.0010$$

แทนค่า $A = 0.0229$, $B = 0.0010$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0229e^{-1.09t} \cos(21.800t) + 0.0010e^{-1.09t} \sin(21.800t)$$

$$+ (2.0547 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.6015 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1. คำนวณหา $[\dot{x}(t)]$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0229e^{-1.09t} [-\sin(21.800t)(21.800)]$$

$$+ \cos(21.800t) [(0.0229)e^{-1.09t} (-1.09)]$$

$$+ 0.0010e^{-1.09t} [\cos(21.800t)(21.800)]$$

$$+ \sin(21.800t) [(0.0010)e^{-1.09t} (-1.09)]$$

$$+ (2.0547 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)]$$

$$+ (1.6015 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)]$$

$$\dot{x}(t) = -0.4992e^{-1.09t} \sin(21.800t) - 0.0250e^{-1.09t} \cos(21.800t)$$

$$+ 0.0218e^{-1.09t} \cos(21.800t) - (1.09 \times 10^{-3})e^{-1.09t} \sin(21.800t)$$

$$+ (3.0656 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0239 \sin(14.92t)$$

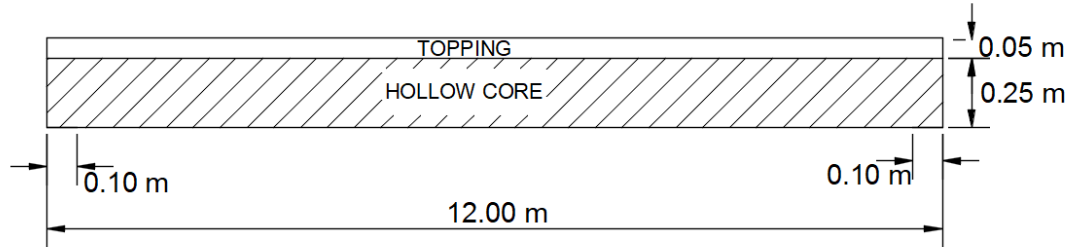
$$\dot{x}(t) = -0.0032e^{-1.09t} \cos(21.800t) - 0.5003e^{-1.09t} \sin(21.800t)$$

$$+ (3.0656 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0239 \sin(14.92t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}(t) &= -0.0032e^{-1.09t} \left[-\sin(21.800t)(21.800) \right] \\
 &\quad + \cos(21.800t) \left[-0.0032e^{-1.09t}(-1.09) \right] \\
 &\quad - 0.5003e^{-1.09t} \left[\cos(21.800t)(21.800) \right] + \sin(21.800t) \left[-0.5003e^{-1.09t}(-1.09) \right] \\
 &\quad + (3.0656 \times 10^{-3}) \left[-\sin(14.92t)(14.92) \right] - 0.0239 \left[\cos(14.92t)(14.92) \right] \\
 \ddot{x}(t) &= 0.0698e^{-1.09t} \sin(21.800t) + (3.488 \times 10^{-3})e^{-1.09t} \cos(21.800t) \\
 &\quad - 10.9065e^{-1.09t} \cos(21.800t) + 0.5453e^{-1.09t} \sin(21.800t) \\
 &\quad - 0.0457 \sin(14.92t) - 0.3566 \cos(14.92t) \\
 \ddot{x}(t) &= 0.6151e^{-1.09t} \sin(21.800t) - 10.9030e^{-1.09t} \cos(21.800t) \\
 &\quad - 0.0457 \sin(14.92t) - 0.3566 \cos(14.92t)
 \end{aligned} \tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิคที่มีความยาว 12 เมตร



รูปที่ 11 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 385 \text{ kg} / \text{m}^2 = 385 \times 1.2 \times \frac{12}{2} = 2772 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{2772}{9.81} = 282.569 \text{ kg} / \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})}{12^3} = 95056.85 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 95056.85 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{จะได้ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{95056.85}{282.569}} = 18.341 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(282.569)(18.341)(0.05) = 518.260 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(1.5)\cos(2\pi(1)(2.375)t) \\ &= 107.034\cos(14.92t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$282.569\ddot{x}(t) + 518.260\dot{x}(t) + 95056.85x(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}282.569[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 518.260[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 95056.85[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-282.569\omega^2 A\sin(\omega t) - 518.260\omega B\sin(\omega t) + 95056.85A\sin(\omega t) &= 0 \\ [-282.569\omega^2 A - 518.260\omega B + 95056.85A]\sin(\omega t) &= 0\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } [-282.569(14.92)^2 A - 518.260(14.92)B + 95056.85A] = 0$$

$$-62901.67A - 7732.44B + 95056.85A = 0$$

$$32155.18A - 7732.44B = 0 \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-282.569\omega^2 B\cos(\omega t) + 518.260\omega A\cos(\omega t) + 95056.85B\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t) \\ [-282.569\omega^2 B + 518.260\omega A + 95056.85B]\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้ } -282.569(14.92)^2 B + 518.260(14.92)A + 95056.85B = 107.034$$

$$-62901.67B + 7732.44A + 95056.85B = 107.034$$

$$7732.44A + 32155.18B = 107.034 \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 7.5670 \times 10^{-4}$

$$B = 3.1467 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

จะได้ $\ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (7.5670 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (3.1467 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$282.569(t) + 518.260\dot{x}(t) + 95056.85x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 282.569 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 1.83\dot{x}(t) + 336.40x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

จะได้ $D^2 + 1.83D + 336.40 = 0 \quad (10)$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

จะได้ $D_1 = -0.9 + 18.319i$

$$D_2 = -0.9 - 18.319i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น ดังนั้นจะได้ค่า $a = -0.9$ และ $b = 18.319$

จากสมการ $x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-0.9t} \cos(18.319t) + Be^{-0.9t} \sin(18.319t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-0.9t} \cos(18.319t) + Be^{-0.9t} \sin(18.319t) + (7.5670 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (3.1467 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 385 \times 1.2 = 462 \text{ kg / m}$, $L = 11.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{462 \times 11.8^4}{(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.034 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 11.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 11.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(107781 \times 10^{-8})} = 0.0007 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.034 + 0.0007 = 0.0347 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (7.5670 \times 10^{-4}) \sin(0)$

$$+ (3.1467 \times 10^{-3}) \cos(0)$$

$$0.0347 = A + (3.1467 \times 10^{-3})$$

$$\therefore A = 0.0316$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & Ae^{-0.9t} [-\sin(18.319t)(18.319)] + \cos(18.319t) [(-0.9) Ae^{-0.9t}] \\ & + Be^{-0.9t} [\cos(18.319t)(18.319)] + \sin(18.319t) [(-0.9) Be^{-0.9t}] \\ & + (7.5670 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (3.1467 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) = & -18.319 Ae^{-0.9t} \sin(18.319t) - 0.9 Ae^{-0.9t} \cos(18.319t) \\ & + 18.319 Be^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.9 Be^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ & + 0.0113 \cos(14.92t) - 0.0469 \sin(14.92t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

จะได้ $\dot{x}(0) = -18.319Ae^{-0} \sin(0) - 0.9Ae^{-0} \cos(0) + 18.319Be^{-0} \cos(0)$
 $-0.9Be^{-0} \sin(0) + 0.0113 \cos(0) - 0.0469 \sin(0)$
 $\dot{x}(0) = -0.9A + 18.319B + 0.0113$

แทน $A = 0.0316$ ได้

$$0 = -0.9(0.0316) + 18.319B + 0.0113$$

$$0 = -0.0284 + 18.319B + 0.0113$$

$$\therefore B = 0.0009$$

แทนค่า $A = 0.0316$, $B = 0.0009$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$x(t) = 0.0316e^{-0.9t} \cos(18.319t) + 0.0009e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + (7.5670 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (3.1467 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

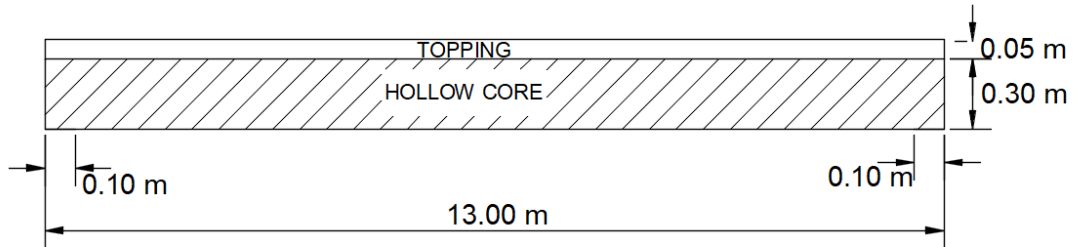
1.คำนวณหา $\dot{x}(t)$ จากสมการที่ (16)

$$\dot{x}(t) = 0.0316e^{-0.9t} [-\sin(18.319t)(18.319)] \\ + \cos(18.319t) [(0.0316)e^{-0.9t} (-0.9)] \\ + 0.0009e^{-0.9t} [\cos(18.319t)(18.319)] \\ + \sin(18.319t) [(0.0009)e^{-0.9t} (-0.9)] \\ + (7.5670 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] \\ + (3.1467 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ \dot{x}(t) = -0.5789e^{-0.9t} \sin(18.319t) - 0.0284e^{-0.9t} \cos(18.319t) \\ + 0.0165e^{-0.9t} \cos(18.319t) - (8.1 \times 10^{-4})e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + 0.0113 \cos(14.92t) - 0.0469 \sin(14.92t) \\ \dot{x}(t) = -0.0119e^{-0.9t} \cos(18.319t) - 0.5797e^{-0.9t} \sin(18.319t) \\ + 0.0113 \cos(14.92t) - 0.0469 \sin(14.92t) \quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -0.0119e^{-0.9t} \left[-\sin(18.319t)(18.319) \right] \\ & + \cos(18.319t) \left[-0.0119e^{-0.9t} (-0.9) \right] \\ & - 0.5797e^{-0.9t} \left[\cos(18.319t)(18.319) \right] \\ & + \sin(18.319t) \left[-0.5797e^{-0.9t} (-0.9) \right] \\ & + 0.0113 \left[-\sin(14.92t)(14.92) \right] \\ & - 0.0469 \left[\cos(14.92t)(14.92) \right] \\ \ddot{x}(t) = & 0.7397e^{-0.9t} \sin(18.319t) - 10.6088e^{-0.9t} \cos(18.319t) \\ & - 0.1686 \sin(14.92t) - 0.6997 \cos(14.92t)\end{aligned}\tag{18}$$

การคำนวณวิเคราะห์แผ่นพื้นเนื่องจากพฤติกรรมการเต้นแอโรบิคที่มีความยาว 13 เมตร



รูปที่ 12 แสดงความยาวและความหนาของแผ่นพื้น

การคำนวณหาค่าความเฉื่อย ความแข็ง และความหน่วง

$$W_{HC+TOPPING} = 464 \text{ kg} / \text{m}^2 = 464 \times 1.2 \times \frac{13}{2} = 3619.2 \text{ kg}$$

1.) หาค่าความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} = \frac{3619.2}{9.81} = 368.930 \text{ kg} / \frac{m}{s^2}$$

2.) หาค่าความแข็ง (k)

$$\text{โดยที่ } E_c = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c} = 4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{400} = 3.175 \times 10^9 \text{ kg} / \text{m}^2$$

$$\text{จะได้ } k = \frac{48EI}{L^3} = \frac{48(3.175 \times 10^9)(196326 \times 10^{-8})}{13^3} = 136186.08 \text{ kg} / \text{m}$$

$$\text{ดังนั้น } k = 136186.08 \text{ kg} / \text{m}$$

3.) หาค่าความหน่วง (c)

$$\text{จากสมการ } c = 2m\omega\xi$$

$$\text{โดยที่ } \omega = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{136186.08}{368.930}} = 19.213 \text{ rad} / \text{s}, \xi = 5\% = 0.05$$

$$\text{ดังนั้น } c = 2(368.930)(19.213)(0.05) = 708.825 \text{ kgf} \cdot \frac{\text{s}}{\text{m}}$$

คำนวณหาสมการทั่วไปของ Steady $[X_p(t)]$

$$\text{จากสมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

$$\text{เมื่อ } F(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t)$$

$$\text{โดยที่ } P_0 = 0.7 \text{ kN} = \frac{0.7 \times 1000}{9.81} = 71.356 \text{ kg}, \alpha_i = 1.5 \text{ และ } f_1 = 2.375 \text{ Hz}$$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } F(t) &= 71.356(1.5)\cos(2\pi(1)(2.375)t) \\ &= 107.034\cos(14.92t)\end{aligned}$$

$$\text{ดังนั้น จะได้สมการ } m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (1)$$

จากสมการที่ (1) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$368.930\ddot{x}(t) + 708.825\dot{x}(t) + 136186.08x(t) = 107.034\cos(14.92t) \quad (2)$$

$$\text{สมมติให้ } x(t) = A\sin(11.94t) + B\cos(11.94t)$$

$$\text{จะได้ } x(t) = A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)$$

$$\dot{x}(t) = \omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)$$

$$\ddot{x}(t) = -\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t) = -\omega^2 [x(t)]$$

แทนค่า $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ ลงสมการที่ (2) จะได้

$$\begin{aligned}368.930[-\omega^2 A\sin(\omega t) - \omega^2 B\cos(\omega t)] + 708.825[\omega A\cos(\omega t) - \omega B\sin(\omega t)] \\ + 136186.08[A\sin(\omega t) + B\cos(\omega t)] = 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

คิดที่ $\sin(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-368.930\omega^2 A\sin(\omega t) - 708.825\omega B\sin(\omega t) + 136186.08A\sin(\omega t) &= 0 \\ [-368.930\omega^2 A - 708.825\omega B + 136186.08A]\sin(\omega t) &= 0\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } [-368.930(14.92)^2 A - 708.825(14.92)B + 136186.08A] &= 0 \\ -82126.18A - 10575.67B + 136186.08A &= 0 \\ 54059.9A - 10575.67B &= 0\end{aligned} \quad (3)$$

คิดที่ $\cos(\omega t)$ จะได้

$$\begin{aligned}-368.93\omega^2 B\cos(\omega t) + 708.825\omega A\cos(\omega t) + 136186.08B\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t) \\ [-368.930\omega^2 B + 708.825\omega A + 136186.08B]\cos(\omega t) &= 107.034\cos(\omega t)\end{aligned}$$

โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } -368.930(14.92)^2 B + 708.825(14.92)A + 136186.08B &= 107.034 \\ -82126.18B + 10575.67A + 136186.08B &= 107.034 \\ 10575.67A + 54059.9B &= 107.034\end{aligned} \quad (4)$$

นำสมการที่ (3) และ (4) มาคำนวณหาค่า A, B โดยวิธี Matrix

ดังนั้นจะได้ $A = 3.7305 \times 10^{-4}$

$$B = 1.9069 \times 10^{-3}$$

หาค่า $\ddot{x}(t)$ โดยที่ $\omega = 14.92 \text{ rad/s}$

$$\text{จะได้} \quad \ddot{x}(t) = -\omega^2 [x(t)] = -(14.92)^2 [x(t)]$$

หาค่า $x(t)$ จากสมการ

$$x(t) = A \sin(\omega t) + B \cos(\omega t) \quad (5)$$

แทนค่า A, B ลงสมการได้

$$x_p(t) = (3.7305 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.9069 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (6)$$

การคำนวณหาสมการทั่วไปของ Transient $[x(t)]$

หา $x_h(t)$ จาก

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (7)$$

จากสมการที่ (7) แทนค่า m, c, k ลงในสมการ จะได้

$$368.930(t) + 708.825\dot{x}(t) + 136186.08x(t) = 0 \quad (8)$$

หาร 368.930 ตลอดสมการ จะได้

$$\ddot{x}(t) + 1.92\dot{x}(t) + 369.138x(t) = 0 \quad (9)$$

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = D$

$$\text{จะได้} \quad D^2 + 1.92D + 369.138 = 0 \quad (10)$$

นำสมการที่ (10) มาคำนวณหาค่า D โดยวิธี Matrix

$$\text{จะได้} \quad D_1 = -0.96 + 19.189i$$

$$D_2 = -0.96 - 19.189i$$

จัดรูปแบบสมการของค่า D เป็น $a \pm bi$ ดังนั้นจะได้ค่า $a = -0.96$ และ $b = 19.189$

$$\text{จากสมการ} \quad x_h = Ae^{-at} \cos(bt) + Be^{-at} \sin(bt) \quad (11)$$

แทนค่า a, b ลงสมการที่ (11) จะได้

$$x_h = Ae^{-0.96t} \cos(19.189t) + Be^{-0.96t} \sin(19.189t) \quad (12)$$

การคำนวณหาสมการ $x(t)$

จากสมการ $x(t) = x_h(t) + x_p(t)$ (13)

แทนสมการที่ (6) และ (12) ลงสมการที่ (13) จะได้

$$x(t) = Ae^{-0.96t} \cos(19.189t) + Be^{-0.96t} \sin(19.189t) + (3.7305 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.9069 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) \quad (14)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (14)

กำหนดให้

กรณีที่ 1 $x(0) = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$ โดยที่ $w = 385 \times 1.2 = 462 \text{ kg/m}$, $L = 12.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{5}{384} \times \frac{462 \times 12.8^4}{(3.175 \times 10^9)(196326 \times 10^{-8})} = 0.031 \text{ m}$$

กรณีที่ 2 $x(0) = \frac{PL^3}{48EI}$ โดยที่ $P = 71.356 \text{ kg}$, $L = 12.8 \text{ m}$

$$x(0) = \frac{71.356 \times 12.8^3}{48(3.175 \times 10^9)(196326 \times 10^{-8})} = 0.0005 \text{ m}$$

$$\therefore \sum x(0) = 0.031 + 0.0005 = 0.0315 \text{ m}$$

จะได้ $x(0) = Ae^{-0} \cos(0) + Be^{-0} \sin(0) + (3.7305 \times 10^{-4}) \sin(0)$

$$+ (1.9069 \times 10^{-3}) \cos(0)$$

$$0.0315 = A + (1.9069 \times 10^{-3})$$

$$\therefore A = 0.0296$$

จากสมการที่ (14) ทำการหา $\dot{x}(t)$

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ae^{-0.96t} [-\sin(19.189t)(19.189)] + \cos(19.189t) [(-0.96) Ae^{-0.96t}] \\ &\quad + Be^{-0.96t} [\cos(19.189t)(19.189)] + \sin(19.189t) [(-0.96) Be^{-0.96t}] \\ &\quad + (3.7305 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] + (1.9069 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ \dot{x}(t) &= -19.189 Ae^{-0.96t} \sin(19.189t) - 0.96 Ae^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ &\quad + 19.189 Be^{-0.96t} \cos(19.189t) - 0.96 Be^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ &\quad + (5.5659 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0285 \sin(14.92t) \end{aligned} \quad (15)$$

Initial Displacement จากสมการที่ (15)

กำหนดให้ $\dot{x}(t) = 0$

$$\begin{aligned}\text{จะได้ } \dot{x}(0) &= -19.189Ae^{-0} \sin(0) - 0.96Ae^{-0} \cos(0) + 19.189Be^{-0} \cos(0) \\ &\quad - 0.96Be^{-0} \sin(0) + (5.5659 \times 10^{-3}) \cos(0) - 0.0285 \sin(0) \\ \dot{x}(0) &= -0.96A + 19.189B + (5.5659 \times 10^{-3})\end{aligned}$$

แทน $A = 0.0296$ ได้

$$0 = -0.96(0.0296) + 19.189B + (5.5659 \times 10^{-3})$$

$$0 = -0.0284 + 19.189B + (5.5659 \times 10^{-3})$$

$$\therefore B = 0.0012$$

แทนค่า $A = 0.0296$, $B = 0.0012$ ลงในสมการที่ (14) จะได้

$$\begin{aligned}x(t) &= 0.0296e^{-0.96t} \cos(19.189t) + 0.0012e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ &\quad + (3.7305 \times 10^{-4}) \sin(14.92t) + (1.9069 \times 10^{-3}) \cos(14.92t)\end{aligned}\quad (16)$$

การคำนวณหาสมการ $[\dot{x}(t)]$ และ $[\ddot{x}(t)]$

1.คำนวณหา $\dot{x}(t)$ จากสมการที่ (16)

$$\begin{aligned}\dot{x}(t) &= 0.0296e^{-0.96t} [-\sin(19.189t)(19.189)] \\ &\quad + \cos(19.189t) [(0.0296)e^{-0.96t} (-0.96)] \\ &\quad + 0.0012e^{-0.96t} [\cos(19.189t)(19.189)] \\ &\quad + \sin(19.189t) [(0.0012)e^{-0.96t} (-0.96)] \\ &\quad + (3.7305 \times 10^{-4}) [\cos(14.92t)(14.92)] \\ &\quad + (1.9069 \times 10^{-3}) [-\sin(14.92t)(14.92)] \\ \dot{x}(t) &= -0.5680e^{-0.96t} \sin(19.189t) - 0.0284e^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ &\quad + 0.0230e^{-0.96t} \cos(19.189t) - (1.152 \times 10^{-3})e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ &\quad + (5.5659 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0285 \sin(14.92t) \\ \dot{x}(t) &= -0.0054e^{-0.96t} \cos(19.189t) - 0.5692e^{-0.96t} \sin(19.189t) \\ &\quad + (5.5659 \times 10^{-3}) \cos(14.92t) - 0.0285 \sin(14.92t)\end{aligned}\quad (17)$$

2.คำนวณหา $\ddot{x}(t)$ จากสมการที่ (17)

$$\begin{aligned}\ddot{x}(t) = & -0.0054e^{-0.96t} \left[-\sin(19.189t)(19.189) \right] \\ & + \cos(19.189t) \left[-0.0054e^{-0.96t} (-0.96) \right] \\ & - 0.5692e^{-0.96t} \left[\cos(19.189t)(19.189) \right] \\ & + \sin(19.189t) \left[-0.5692e^{-0.96t} (-0.96) \right] \\ & + (5.5659 \times 10^{-3}) \left[-\sin(14.92t)(14.92) \right] \\ & - 0.0285 \left[\cos(14.92t)(14.92) \right] \\ \ddot{x}(t) = & 0.6500e^{-0.96t} \sin(19.189t) - 10.9172e^{-0.96t} \cos(19.189t) \\ & - 0.0830 \sin(14.92t) - 0.4252 \cos(14.92t)\end{aligned}\tag{18}$$

การศึกษาการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นคอนกรีตสำเร็จรูปชนิดกลวงเนื่องจากกิจกรรมการเดิน

และการเดินแอโรบิกของมนุษย์

A study of vibration of Hollow core concrete plank due to human walking and aerobics class activity

นายจักรพันธ์ แดงมีทรัพย์ และนายอนุกรณต์ เกิดเอี่ยม

อาจารย์ที่ปรึกษา ดร.อมรชัย ไชยงค์

ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์

มหาวิทยาลัยบูรพา

บทคัดย่อ

ในปัจจุบัน การออกแบบอาคารมีแนวโน้มให้อาคารมีระยะช่วงเสาเพิ่มมากขึ้น เพื่อให้พื้นที่ภายในอาคารดูโปร่งโล่งสอดคล้องต่อกิจกรรมการใช้งานของผู้ใช้อาคารที่มีความหลากหลาย เช่น เพื่อรองรับกิจกรรมการออกกำลังกาย หรือกิจกรรมการเข้าจังหวะได้แก่การเดินแอโรบิก ดังนั้นระบบพื้นที่มีถูกนำมาใช้เป็นลำดับต้นๆได้แก่ ระบบแผ่นพื้นสำเร็จที่มีช่วงพาดยาวหรือแผ่นพื้นสำเร็จรูปกลวง (Hollow core) ซึ่งมีระยะช่วงพาดระหว่าง 8 เมตร ถึง 13 เมตร แต่แม้กระนั้น ถึงแม้ว่าแผ่นพื้นสำเร็จรูปเหล่านี้จะถูกออกแบบให้รองรับน้ำหนักบรรทุกจากการใช้งานของมนุษย์ได้อย่างปลอดภัย แต่ก็อาจเกิดผลกระทบจากการใช้งานของมนุษย์ในด้านอื่น เช่น การสั่นสะเทือนบนแผ่นพื้น ซึ่งอาจส่งผลกระทบต่อรับรู้ของผู้ใช้งาน ก่อให้เกิดความไม่สบาย หรือรู้สึกถูกรบกวนในขณะที่ใช้งาน ดังนั้นในงานวิจัยนี้ จึงได้ทำการศึกษาถึง ผลตอบสนองของแผ่นพื้นสำเร็จรูปแบบมีรูกลวง ได้แก่ ค่าแรงเฉือน ค่าโมเมนต์คด ค่าการแอ่นตัวของแผ่นพื้น รวมถึงค่าความเร่งที่เกิดขึ้นบนแผ่นพื้น ภายใต้กิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกของมนุษย์ซึ่งจัดเป็นแรงกระทำแบบพลศาสตร์ ที่มีช่วงพาดระหว่าง 8 ถึง 13 เมตร ซึ่งทำการวิเคราะห์ตามกฎการเคลื่อนที่ข้อที่สองของนิวตัน โดยมีวัตถุประสงค์เพื่อประเมินความปลอดภัยต่อการใช้งานของแผ่นพื้นเมื่ออยู่ในสภาวะที่ต้องรับแรงกระทำจากการเดินและการเดินแอโรบิก รวมถึงประเมินสภาวะการใช้งานโดยพิจารณาจากการแอ่นตัวของแผ่นพื้นและประเมินการรับรู้ถึงการสั่นสะเทือนในรูปของความเร่งเฉลี่ย (a_{rms}) ที่วิเคราะห์ได้กับข้อมูลความเร่งสูงสุดเพื่อความสะดวกสบายของมนุษย์ในขณะที่เกิดการสั่นสะเทือนซึ่งแนะนำโดย American institute of steel construction (AISC 1977) จากผลการศึกษาพบว่า ในด้านความปลอดภัยต่อการใช้งาน แผ่นพื้นทุกช่วงความยาวสามารถต้านทานแรงพลศาสตร์ที่เกิดจากกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกได้อย่างปลอดภัยโดยค่าแรงเฉือนและโมเมนต์คดสูงสุดที่เกิดขึ้น

ในแผ่นพื้นไม่เกินกว่ากำลังต้านทานแรงเฉือนและโมเมนต์คดของหน้าตัดแผ่นพื้น ในขณะที่ด้านสภาวะการใช้งาน พบว่า แผ่นพื้นที่มีความยาวช่วง 8, 10 และ 12 เมตร เกิดการแอ่นตัวสูงกว่าเกณฑ์การแอ่นตัวที่ยอมรับได้ ($L/360$) และในด้านการรับรู้ถึงการสั่นสะเทือนพบว่า แผ่นพื้นช่วงยาว 8, 10 และ 12 เมตรจะเกิดการสั่นสะเทือนที่ส่งผลให้ผู้พักอาศัยในอาคารหรือในสำนักงานเกิดการรับรู้ถึงแรงสั่นสะเทือนในขณะที่เมื่อพิจารณาผลกระทบที่เกิดจากกิจกรรมการเดินแอโรบิกพบว่า แผ่นพื้นช่วงยาว 12 เมตร จะส่งผลให้ผู้ที่กำลังทำกิจกรรมแอโรบิกอยู่รับรู้ถึงการสั่นสะเทือนได้ ซึ่งผลจากการรับรู้ถึงการสั่นสะเทือนจากผู้ใช้งานอาคารอาจก่อให้เกิดความรู้สึกไม่สบายตัว และรู้สึกถึงความไม่ปลอดภัยในการใช้งาน

Abstract

At present, the trends of building's design is to make its more distance between columns and become a more multipurpose buildings to make the area clear consistent with various activities such as exercise activities or rhythmic activities. Therefore, the floor system widely used for responsibility to long span support is the hollow core concrete plank which have clear span 8 meter to 13 meters. Although these hollow core concrete plank are designed for supporting load from humans living, the impact of human activities on other aspects may also be affected such as vibration of the floor which may affect the user's perception. It will result in discomfort or be disturbed. In this research, the responses of hollow core concrete plank with its span length 8 meters to 13 meters including shear force, bending moment, deflection and its acceleration due to human walking and aerobics class activities. A Newton's Second Law of Motion is adopted to analysis the response of hollow core concrete plank. The objective is to assess the safety of hollow core slab during excited by human walking and aerobics class activity. The serviceability of slab is evaluated by considering from deflection and the human perception is evaluated in term of average acceleration (a_{rms}) which compared with human comfort while vibration recommended by American institute of steel construction (AISC 1977). The results shown all span length of hollow core slab can resist the dynamic forces due to human walking and aerobics class activities safely. Maximum shear and bending moment do not exceed the shear and bending resistance of hollow core slab. In part of operating conditions. Slab with span length at 8, 10 and 12 meter provide exceed the maximum allowable deflection ($L/360$) and the level of disturbance which the human perceive from the vibration are occurred in hollow core slab with span length 8, 10 and 12 meters. Using hollow core slab with span length 12 meters for supporting aerobic activity can affect the perception of the vibration of those who are dancing.

1. บทนำ

การสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ส่งผลกระทบต่อ การสั่นสะเทือนของอาคารเป็นอย่างมากเนื่องจากขณะทำกิจกรรมนั้นๆ จะถ่ายน้ำหนักทั้งหมดลงไปยังแผ่นพื้นของอาคารจึงเกิดการสั่นสะเทือนขึ้นการถ่ายน้ำหนักจากพื้นลงสู่โครงสร้างของอาคารจึงส่งผลให้เกิดการสั่นสะเทือนของอาคารขึ้นด้วยนักวิชาการทั้งภายในประเทศและต่างประเทศ จึงตระหนักถึงแรงพลศาสตร์ที่ส่งผลกระทบต่อ การสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมของมนุษย์ เพื่อนำไปประยุกต์ใช้ในการออกแบบแผ่นพื้นของอาคารให้มีความปลอดภัยยิ่งขึ้น

การสั่นสะเทือนของพื้นเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดจากการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของแผ่นพื้นเมื่อเทียบกับจุดอ้างอิงที่อยู่นิ่งโดยการเคลื่อนที่กลับไปกลับมาของแผ่นพื้นอาจจะเป็นการเคลื่อนที่โดยอิสระหรือมีแรงบังคับตลอดเวลาให้เคลื่อนที่ก็ได้โดยการสั่นสะเทือนแบบอิสระเป็นการสั่นสะเทือนที่เกิดขึ้นเนื่องจากมีแรงหรือแรงบิดมารบกวนสภาวะสมดุลในตอนแรกทำให้เริ่มสั่นสะเทือนแต่ขณะที่สั่นสะเทือนจะเป็นการสั่นอย่างอิสระที่ไม่มีแรงหรือแรงบิดภายนอกใดมากระทำต่อระบบเลยส่วนการสั่นสะเทือนแบบบังคับเป็นการสั่นสะเทือนซึ่งเกิดเนื่องจากพลังงานภายนอกกระทำกับระยะระหว่างการสั่นสะเทือนโดยพลังงานภายนอกที่กระทำนั้นอาจจะเป็นในรูปของแรงบิดหรืออาจเป็นการขยับเพื่อบังคับให้เกิดการสั่นก็ได้ ซึ่ง

การสั่นสะเทือนสามารถพบได้ทั่วไปในชีวิตประจำวันและในงานทางวิศวกรรมมากมาย

โดยปกติแล้วการออกแบบแผ่นพื้นภายในอาคารจะไม่คำนึงถึงจังหวะการเดิน พฤติกรรมการทำกิจกรรมต่างๆ ที่เกิดขึ้นจริงกับแผ่นพื้นเนื่องจากกิจกรรมของมนุษย์ส่วนใหญ่จะออกแบบแผ่นพื้นโดยการคิดแต่น้ำหนักคงที่ที่จะถ่ายน้ำหนักลงแผ่นพื้นเท่านั้นถ้าออกแบบแผ่นพื้นโดยคำนึงถึงการสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นจะมีแรงพลศาสตร์เกิดขึ้นและเกิดผลกระทบเนื่องจากแรงพลศาสตร์กับแผ่นพื้นมากกว่าการออกแบบแผ่นพื้นโดยคิดแต่น้ำหนักคงที่ที่จะถ่ายลงแผ่นพื้นเท่านั้น

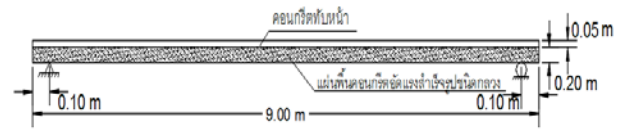
จากที่กล่าวมาจึงควรวิเคราะห์แผ่นพื้นเพื่อศึกษาพฤติกรรมของแผ่นพื้นภายใต้แรงกระทำที่เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์ และตรวจสอบและประเมินความสามารถในการต้านทานแรงของแผ่นพื้น ซึ่งเกิดจากน้ำหนักอันเนื่องมาจากกิจกรรมของมนุษย์ โดยวิเคราะห์แผ่นพื้นเพื่อตรวจสอบโมเมนต์ดัดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ และการโก่งตัวของแผ่นพื้น ซึ่งแผ่นพื้นที่นำมาใช้ทำการศึกษา เป็นแผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง ตามมาตรฐานของ CPAC HOLLOW CORE ที่รับน้ำหนักบรรทุกจรเท่ากับ $400 \text{ kg} / \text{m}^2$ ทำให้ทราบพฤติกรรมของแผ่นพื้นเมื่อต้องรับน้ำหนักบรรทุกทุกแบบ พลศาสตร์ที่เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์และทำให้ทราบถึงความสามารถในการต้านทานโมเมนต์ดัดและแรงเฉือนของแผ่นพื้น เมื่อรับน้ำหนัก

บรรทุกแบบพลศาสตร์ที่เกิดจากกิจกรรมของมนุษย์

2.ขอบเขตการศึกษา

การวิเคราะห์เพื่อนำมาวิเคราะห์หาค่าโมเมนต์คัต แรงเฉือน และระยะการโก่งตัวของแผ่นพื้นเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ด้วยการคำนวณวิเคราะห์ด้วยมือตามทฤษฎีการวิเคราะห์โครงสร้างเชิงพลศาสตร์จากสมการการเคลื่อนที่ของวัตถุซึ่งสอดคล้องกับกฎข้อที่ 2 ของนิวตัน คือ $\sum F = ma$ โดยใส่แรงกระทำต่อแผ่นพื้นเป็นจุดที่กึ่งกลางของแผ่นพื้น ซึ่งมีสมมุติฐานว่า ผลการวิเคราะห์ที่ได้ ได้แก่ แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ที่กระทำต่อแผ่นพื้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับเมื่อเทียบกับความสามารถในการรับแรงเฉือนของแผ่นพื้นจึงจะปลอดภัย ($V_{dynamic} \leq \phi V_n$) และโมเมนต์คัตอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ที่กระทำต่อแผ่นพื้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับเมื่อเทียบกับความสามารถในการรับโมเมนต์คัตของแผ่นพื้นจึงจะปลอดภัย ($M_{dynamic} \leq \phi M_n$) และระยะของการโก่งตัวที่เกิดขึ้นจริงบนแผ่นพื้นจะต้องมีค่าน้อยกว่าหรือเท่ากับอัตราส่วนความยาวของแผ่นพื้นหารด้วย 360 จึงจะปลอดภัย ($\Delta_{act} \leq L/360$) ต่อการใช้งาน รวมทั้งวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้ตามมาตรฐาน ASCE

3.ข้อกำหนดการศึกษา



กำหนดให้ แผ่นพื้นมีคอนกรีตทับหน้า

หนา 5 เซนติเมตร ความกว้าง 1.20 เมตร และความยาว 9.00 เมตร

โดยที่

E_c คือ ค่าโมดูลัสยืดหยุ่นของคอนกรีต

เท่ากับ $4270 \times 2.4^{1.5} \sqrt{f'_c}$

f'_c คือ กำลังรับแรงอัดประลัยของคอนกรีต

เท่ากับ $400 \text{ kg} / \text{cm}^2$

3.1 สมการการคำนวณหาความเฉื่อย (m)

$$m = \frac{W}{g} \quad (1)$$

โดยที่

W คือ น้ำหนักคงที่ของแผ่นพื้นต่อความยาว 1 เมตร

g คือ ความเร่งเนื่องจากแรงโน้มถ่วงของโลก

3.2 สมการการคำนวณหาความแข็ง (k)

$$k = \frac{48E_c I}{L^3} \quad (2)$$

โดยที่

E_c คือ โมดูลัสความยืดหยุ่นของคอนกรีต

I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย

L คือ ช่วงความยาวของแผ่นพื้น

3.3 สมการการคำนวณหาความหน่วง (c)

$$c = 2m\omega\xi \quad (3)$$

โดยที่

$$\omega \text{ คือ ความเร็วเชิงมุม} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

ξ คือ อัตราส่วนความหน่วง เลือกใช้ที่ 5%

3.4 สมการที่ใช้ในการคำนวณหาสมการทั่วไป
ของ Steady $[X_p(t)]$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = P_0\alpha_i \cos(2\pi f_{step}t) \quad (4)$$

3.5 สมการที่ใช้ในการคำนวณหาสมการทั่วไป
ของ Transient $[x_h(t)]$

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (5)$$

3.6 สมการการคำนวณหาสมการ $x(t)$

$$x(t) = x_h(t) + x_p(t) \quad (6)$$

3.7 สมการการคำนวณหาความเร่ง $a(\%g)$

$$a = \frac{a_{\max} \times 100}{9.81} \quad (7)$$

โดยที่

$a_{\max}$ คือ ความเร่งสูงสุดในช่วงสภาวะคงที่
(Steady State)

3.8 สมการการคำนวณหาความเร่งเฉลี่ย a_{rms}

$$a_{rms} = \frac{a}{\sqrt{2}} \quad (8)$$

โดยที่

a คือ ความเร่งในหน่วย %g

3.9 สมการการคำนวณหาแรงเฉือนสูงสุด

$$V_{\max} = \frac{P_{\max}}{2} \quad (9)$$

$$\text{โดยที่ } P_{\max} = \frac{48EI}{L^3} \times X_{\max}$$

$P_{\max}$ คือ น้ำหนักบรรทุกสูงสุด

E คือ โมดูลัสความยืดหยุ่น

I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย

L คือ ช่วงความยาวของแผ่นพื้น

$X_{\max}$ คือ การโก่งตัวสูงสุด

แรงเฉือนต้านทานจากบริษัทผู้ผลิตแผ่น
พื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง

3.10 สมการการคำนวณหาโมเมนต์ดัดสูงสุด

$$M_{\max} = \frac{P_{\max}L}{4} \quad (10)$$

$$\text{โดยที่ } P_{\max} = \frac{48EI}{L^3} \times X_{\max}$$

$P_{\max}$ คือ น้ำหนักบรรทุกสูงสุด

E คือ โมดูลัสความยืดหยุ่น

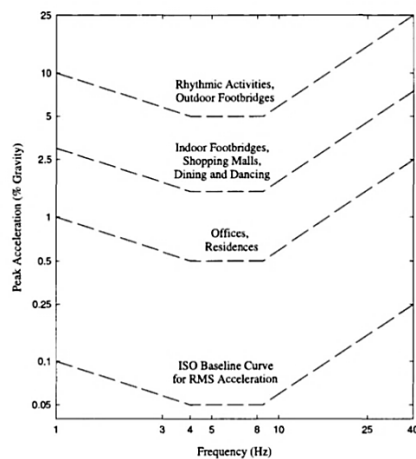
I คือ โมเมนต์ความเฉื่อย

L คือ ช่วงความยาวของแผ่นพื้น

$X_{\max}$ คือ การโก่งตัวสูงสุด

โมเมนต์ดัดต้านทานจากบริษัทผู้ผลิต
แผ่นพื้นคอนกรีตอัดแรงสำเร็จรูปชนิดกลวง

3.11 เกณฑ์การวิเคราะห์ระดับความรบกวนของ
แผ่นพื้นที่มนุษย์สามารถรับรู้ได้



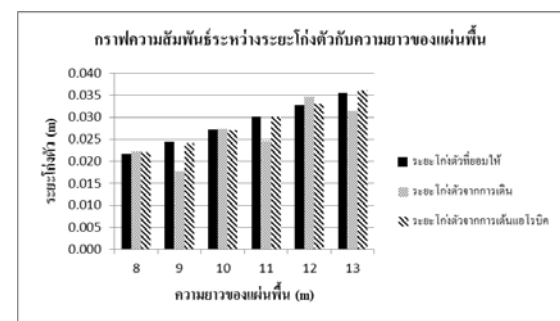
จากรูป ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อ
ความสะดวกสบายของมนุษย์สำหรับการ
สันสะเทือนเนื่องจากพฤติกรรมการเดินทางของ
มนุษย์ โดยเลือกพิจารณาที่ Offices, Residences
จึงเลือกใช้ความเร่งสูงสุดอยู่ที่ประมาณ $0.5 \%g$
ทุกช่วงความยาวของแผ่นพื้น ซึ่งความถี่ของ
มนุษย์ที่เลือกใช้เท่ากับ 1.9 รอบต่อวินาที สำหรับ
ความเร่งสูงสุดที่แนะนำเพื่อความสะดวกสบาย
ของมนุษย์สำหรับการสันสะเทือนเนื่องจาก
พฤติกรรมการเดินทางแอโรบิกของมนุษย์ โดย
เลือกพิจารณาที่ Rhythmic Activity, Outdoor

Footbridge จึงเลือกใช้ความเร่งสูงสุดอยู่ที่
ประมาณ $5.0 \%g$ ทุกช่วงความยาวของแผ่นพื้น
ซึ่งความถี่ของมนุษย์ที่เลือกใช้เท่ากับ 2.375 รอบ
ต่อวินาที

4. ผลการศึกษา

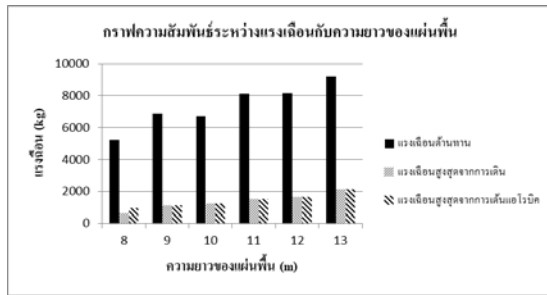
ในหัวข้อนี้กล่าวถึงการวิเคราะห์ทั้งหมด
ที่ได้กล่าวมาข้างต้น ซึ่งประกอบด้วย ระยะโก่งตัว
แรงเฉือน และโมเมนต์ดัดของแผ่นพื้น อัน
เนื่องมาจากแรงพลศาสตร์และระดับความรบกวน
ของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้

4.1 ระยะโก่งตัวของแผ่นพื้น



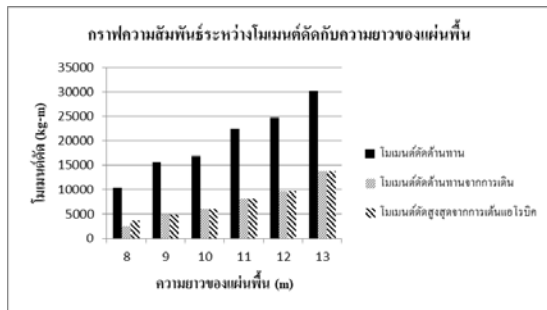
จากการวิเคราะห์ระยะโก่งตัวของแผ่น
พื้น พบว่า ระยะโก่งตัวของแผ่น พื้น อัน
เนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ของกิจกรรมการเดินทาง
และการเดินแอโรบิกที่ความยาวแผ่นพื้นเท่ากับ 8
เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร มีค่ามากกว่าระยะ
โก่งตัวที่ยอมให้ แต่ที่ความยาว 9 เมตร 11 เมตร
และ 13 เมตร มีค่าไม่เกินกว่าระยะโก่งตัวที่ยอม
ให้ ดังนั้นมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.2 แรงเฉือนอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์



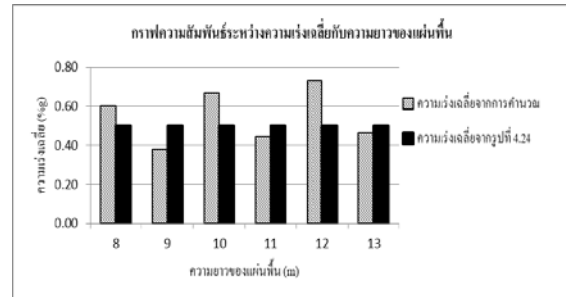
จากการวิเคราะห์แรงเฉือน พบว่า แรงเฉือนของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ของกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกมีค่าไม่เกินกว่าแรงเฉือนต้านทานทุกความยาวพื้นที่ทำการวิเคราะห์ ดังนั้นมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.3 โมเมนต์ดัดอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์



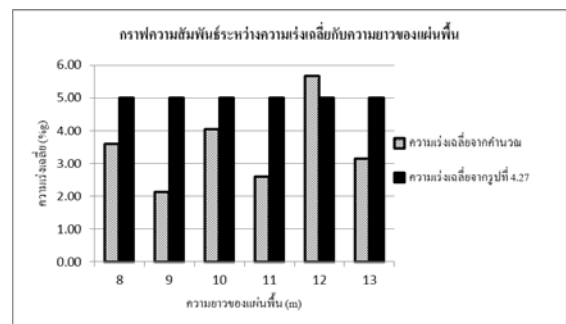
จากการวิเคราะห์โมเมนต์ดัด พบว่า โมเมนต์ดัดของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์ของกิจกรรมการเดินและการเดินแอโรบิกมีค่าไม่เกินกว่าโมเมนต์ดัดต้านทานทุกความยาวพื้นที่ทำการวิเคราะห์ ดังนั้นมีความปลอดภัยต่อการใช้งาน

4.4 ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้อันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดิน



จากการวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้ พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้นเท่ากับ 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารยังไม่รู้สึกว่าการรบกวน แต่ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารเริ่มรู้สึกว่าการรบกวน

4.5 ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้อันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินแอโรบิก



จากการวิเคราะห์ระดับความรบกวนของแผ่นพื้นที่มนุษย์รับรู้ได้ พบว่า ที่ความยาวของแผ่นพื้น 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารไม่รับรู้ถึงการถูกรบกวน แต่ที่ความยาวของแผ่นพื้น 12 เมตร ผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารจะรับรู้ถึงการถูกรบกวน

5. สรุปผลการศึกษา

จากการวิเคราะห์การสั่นสะเทือนของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากกิจกรรมของมนุษย์ พบว่าแผ่นพื้นที่ความยาว 9 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร มีความปลอดภัยต่อการใช้งานและผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารสำนักงาน และที่พักอาศัยจะไม่รู้สึกถูกรบกวนหรือไม่สบายตัวอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินของมนุษย์ ในส่วนของอาคารที่รองรับกิจกรรมการเข้าจังหวะนั้นแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร 9 เมตร 10 เมตร 11 เมตร และ 13 เมตร มีความปลอดภัยต่อการใช้งานอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินแอโรบิก และผู้ที่อาศัยอยู่บนอาคารที่รองรับกิจกรรมการเข้าจังหวะที่แผ่นพื้นความยาว 12 เมตร จะรู้สึกถึงการรบกวนหรือไม่สบายตัวอันเนื่องมาจากกิจกรรมการเดินแอโรบิกของมนุษย์ ส่วนแผ่นพื้นที่ความยาว 8 เมตร 10 เมตร และ 12 เมตร จะไม่มีความปลอดภัยต่อการใช้งานในส่วนของการโก่งของแผ่นพื้นอันเนื่องมาจากแรงพลศาสตร์เท่านั้น

เอกสารอ้างอิง

- [1]. กัณฑ์ธร ชำนิประศาสน์, “การสั่นทางกล”, กรุงเทพฯ : เพียร์สัน เอ็ดดูเคชั่น อินโดไชน่า, 2545
- [2]. ดร.นิวัตร มุลปา, “การสั่นสะเทือนเชิงกล”, เชียงใหม่ : โชตนาพรีน, 2554

- [3]. รศ.ดร.ธีระ เกียรติพงษ์กุล, “การสั่นสะเทือนทางกล”, มหาวิทยาลัยธรรมศาสตร์, 2558
- [4]. ผศ.ดร.พรชัย จงจิตรไพศาล, “กลศาสตร์การสั่นสะเทือน”, กรุงเทพฯ : ซีเอ็ดดูเคชั่น, 2547
- [5]. ดร.นเรศ พันธราทร, “การออกแบบคอนกรีตอัดแรง”, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยรังสิต, 2540
- [6]. รศ.ดร.สมโพธิ วิวิธเกตุวงศ์, “การออกแบบคอนกรีตอัดแรง”, ภาควิชาวิศวกรรมโยธา คณะวิศวกรรมศาสตร์ มหาวิทยาลัยเกษตรศาสตร์, 2555
- [7]. รศ.ดร.เดช พุทธเจริญทอง, “การวิเคราะห์การสั่นสะเทือน”, กรุงเทพฯ : ศูนย์สื่อเสริมกรุงเทพฯ, 2548
- [8]. Steel Design Guide Series 11, “Floor Vibrations Due to Human Activity”, AISC (American Institute of Steel Construction, Inc., Second Printing : October, 2003
- [9]. คู่มือผลิตภัณฑ์แผ่นพื้นกลวง คอนกรีตอัดแรง [HOLLOW CORE] บริษัทผลิตภัณฑ์ และวัสดุก่อสร้าง จำกัด ในเครือ SCG